Staatliche Bibliothek
Regensburg

146 VII 7

146 VII 3

Prü. 633

Math
8

Die Rechenkunst,

besonders die Reesische Regel in sehr interessanten, praktischen Beyspielen.

Nebst der

Decimalrechnung,

den

Anfangsgründen der Algebra

und der

Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzel.

Von

Johann Georg Prändel,

Professor der Mathematik und Physik, wie auch des Geschäftsstyls an der königl. Pagerie, dann Ehrenmitgliede der königl. baierischen Akademie der Wissenschaften in München.

Ans.
Moriz Trettenbach

Zweite verbeßerte, und mit den Auflößungen der enthaltenen Rechnungsaufgaben, vermehrte Auflage.

Amberg 1816,
in der Uhlmann'schen Buchhandlung.

G97/276

Staatliche Bibliothek
Regensburg

Vorrede.

Die Beleuchtung einer so trocknen Theorie, wie die der Arithmetik ist, mit wissenswürdigen Beyspielen, hat allemal mehr, als einen Nutzen. Fürs erste hilft sie das, was theoretisch vorgetragen wird, ungemein schnell begreifen, gemäß dem alten, aber wahren Sprichworte: Per exempla brevissima via. Fürs zweyte überzeugt sie den Lehrling von der ausgebreiteten Anwendbarkeit der vorgetragenen Wissenschaft. Und drittens bereichert sie junge Leute unvermerkt mit Kenntnissen, die für das menschliche Leben sehr interessant sind; ja sie giebt dem denkenden Kopfe Winke, über Gegenstände nachzudenken, die sonst nicht so leicht in seinen Sinn gekommen wären.

Als die Buchhandlung während des Druckes sah, daß ich in Aufstellung solcher Beyspiele durch die vier Rechnungsarten in ganzen und gebrochnen Zahlen sowohl, als durch alle Abtheilungen der so allgemein beliebten Reesischen Regel immer gleich fruchtbar blieb, ersuchte sie mich, auch die Decimalrechnung und die allerersten Gründe der Algebra nach dem nämlichen Zuschnitte zu bearbeiten. Ich bot alle meine Kräfte auf, den Wünschen derselben zu entsprechen, und fügte auch noch aus eignem Antriebe die Lehre von der Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzel hinzu; weil diese bey-

den Artikel in guten Elementarbüchern immer zuerst gesucht zu werden pflegen. Ich glaube, populärer, kürzer und faßlicher können die Anfangsgründe der Algebra kaum vorgetragen werden, als es hier geschehen ist; und doch wird man wenige Stellen, wenige Beyspiele hierin finden, die ich schon in meinen früher geschriebnen Anleitungen zu diesen beyden Wissenschaften gebraucht habe.

Was die vielen unaufgelösten Beyspiele betrifft, die in gegenwärtigem Werkchen zur Selbstübung vorgelegt sind, bin ich gesonnen, sie in der Folge alle selbst aufzulösen, und ihre Ansätze und Resultate nebst einigen nöthigen Berichtigungen in einem eignen Hefte, so bald als möglich, nachfolgen zu lassen.

Der Verfasser.

München im Januar 1814.

Vorrede

zur zweyten Ausgabe.

Einige Aenderungen in den geographischen Aufgaben, die zum Theil die dermaligen Zeitumstände nothwendig gemacht hatten, und die Verbeßerung etlicher Druckfehler abgerechnet, habe ich alles, wie in der ersten Ausgabe gelassen. Nur die Auflösung der vielen zur Selbstübung vorgelegten Beyspiele wollte ich, meinem Versprechen gemäß, dem Werkchen noch ein-

verleiben, um in Rücksicht der Brauchbarkeit desselben nichts zu wünschen übrig zu lassen.

München den 12. Januar 1816.

Der Verfasser.

Inhaltsanzeige
der hier abgehandelten Materien.

Erste Abtheilung.
Die Rechnungsarten mit ganzen und gebrochnen Zahlen.

Erster Abschnitt.
Vorbegriffe und Einleitung. . . . . Seite 1
Zweiter Abschnitt.
Vom Lesen und Schreiben der Zahlen. . . . 3
Dritter Abschnitt.
Von der Summirung oder Addition ganzer Zahlen, als der ersten Rechnungsart 9
Vierter Abschnitt.
Von der Subtraktion in ganzen Zahlen. . . . 17
Fünfter Abschnitt.
Von der Multiplikation in ganzen Zahlen. . . 24
Sechster Abschnitt.
Von der Division in ganzen Zahlen. . . . 36
Siebenter Abschnitt.
Addition und Subtraktion in Zahlen, die Unterabtheilungen haben. 53
Achter Abschnitt.
Von den gebrochnen Zahlen überhaupt. . . . 66
Neunter Abschnitt.
Von Abkürzung der Brüche. 69
Zehnter Abschnitt.
Von Auflösung der Brüche in ganzen Zahlen. . . 76
Eilfter Abschnitt
Von Verwandlung der Unterabtheilungszahlen in Brüche einer höhern Abtheilung. . . . 82
Zwölfter Abschnitt.
Von Abkürzung der Brüche durch Annäherung. . . 87
Dreyzehnter Abschnitt.
Von der Addition der Brüche. 94
Vierzehnter Abschnitt.
Von der Subtraktion in Brüchen. 106
Funfzehnter Abschnitt.
Multiplikation in Brüchen. 116
Sechszehnter Abschnitt.
Division in Brüchen. 124

Zweite Abtheilung.

Von der Reesischen Regel.

Siebenzehnter Abschnitt.
Grundlegung zur Reesischen Regel durch die Proportionslehre. 131

Achtzehnter Abschnitt.
Ableitung der Reesischen Regel aus der geometrischen Proportion. 137

Neunzehnter Abschnitt.
Von der Reesischen Regel mit mehrern Gliedern, oder vom eigentlichen Kettensatze. 185

Zwanzigster Abschnitt.
Von der Reesischen Regel und dem Kettensatze, worin zusammengesetzte Verhältnisse vorkommen. . . 215

Einundzwanzigster Abschnitt.
Von der einfachen Gesellschaftsrechnung. . . . 245

Zweyundzwanzigster Abschnitt.
Von der zusammengesetzten Gesellschaftsrechnung. . 256

Dreyundzwanzigster Abschnitt.
Verwickelte Aufgaben der gemeinen Arithmetik. . . 261

Vierundzwanzigster Abschnitt.
Von den zehentheiligen Brüchen (Decimalen, Decimalbrüchen). 272

Dritte Abtheilung.

Anfangsgründe der allgemeinen Arithmetik oder der Algebra.

Fünfundzwanzigster Abschnitt.
Von den 4 Rechnungsarten der Algebra. . . . 291

Sechsundzwanzigster Abschnitt.
Von den Gleichungen 309

Siebenundzwanzigster Abschnitt.
Von Ausziehung der Quadratwurzel. . . . 322

Achtundzwanzigster Abschnitt.
Von Ausziehung der Kubikwurzel. . . . . 33•

Erste Abtheilung.

Die Rechnungsarten mit ganzen und gebrochenen Zahlen.

Vorbegriffe und Einleitung.

§. 1. Einheit, Zahl und Ziffer.

Unter Einheit, als dem Anfange alles Zählens, versteht man jenes Merkmal der Anschauung, wodurch sich jedes Ding für sich und abgesondert von andern, denken läßt. — So z. B. bemerkt man an einem hellen Abend nach Untergang der Sonne zuerst einen Stern, dann noch einen, wieder einen, jezt mehrere und endlich unzählige derselben.

Eine bestimmte Menge von Einheiten einer Art wird eine Zahl genennt; und die Schriftzeichen, wodurch die Zahlen ausgedrückt werden, sind Ziffer, so wie die Schriftzeichen, woraus die Silben und Wörter zusammengesezt werden, Buchstaben sind. Es giebt ganze Zahlen, wo nämlich keine Theile dabey sind, gebrochne Zahlen, wo nur Theile vorkommen, z. B. zwey Drittel einer Elle, und gemischte Zahlen, wo ganze und gebrochne beysammen sind, z. E. vierthalb Tage.

§. 2. Wie viele Ziffer haben wir, und wie werden sie mit einander verbunden?

Wir haben so viele Ziffer als Finger der Mensch hat. Ihre Gestalt und Benennung sind bekannt. Die

A

ersten neun bezeichnen die neun Anfangszahlen, und das Null drückt den Mangel oder das Nichtdaseyn einer Zahl aus. — Höhere Zahlen als neun müssen mit mehr Ziffern geschrieben werden, wobey die Einrichtung getroffen ist, daß, sobald ein Ziffer um eine Stelle weiter gegen die Linke zu stehen kommt, es zehnmal mehr gilt, als zuvor. Diese Steigerung kann ohne Ende fortgesezt werden, und dadurch erhalten wir neben den Einheiten auch Zehner, Hunderter, Tausender u. s. w.

§. 3. Was eigentlich rechnen heisse?

Rechnen heißt nichts anders, als aus bekannten Zahlen unbekannte ableiten. Man begreift dabey von selbst, daß die unbekannte Zahl in hinlänglicher Verbindung mit den bekannten Zahlen, die in dieser Absicht gegeben werden, stehen müsse. So z. B. kann ich aus der laufenden Jahrzahl und aus der Jahrzahl meiner Geburt sehr wohl mein gegenwärtiges Alter ableiten, aber daraus das Alter meines Vaters oder Bruders bestimmen zu wollen, wäre vergebliche Arbeit.

§. 4. Rechenkunst, Rechnungswissenschaft, Arithmetik, Zahlenlehre.

Die Rechenkunst ist demnach die Fertigkeit, aus gegebenen Zahlen andere Zahlen abzuleiten, die vorher nicht bekannt waren. Diese Kunst beruht auf Regeln, die, wenn sie in Ordnung gebracht sind, die Zahlenlehre, oder auf griechisch die Arithmetik geben, welche sogleich in Wissenschaft übergeht, wenn man auch die Gründe dieser Regeln anzugeben versteht.

Zweyter Abschnitt.

Vom Lesen und Schreiben der Zahlen.

§. 5. Benennung der Zifferstellen nach ihrer Steigerung.

Es ist schon §. 2. erinnert worden, daß die Ziffern von der Rechten zur Linken immer zehnfach zunehmen. Es befinden sich demnach in der ersten Stelle zur Rechten die Einheiten; in der zweiten gegen die Linke fortgefahren die zehnfach Einheiten oder die Zehner; in der dritten die zehnfachen Zehner oder die Hunderter; in der vierten die zehnfach Hunderter oder die Tausender; dann kommen Zehntausender, Hunderttausender und in der siebenden Zifferstelle die Millionen. Von da giebt es wieder zehnfache Millionen, hundertfache Millionen u. s. w. Millionfache Millionen, die die 13te Zifferstelle einnehmen, werden Billionen genennt. Millionfache Billionen sind Trillionen; dann folgen Quadrillionen, Quintillionen u. s. w.

§. 6. Wie müßte z. B. nach diesem Gesetze der Steigerung folgende Zahl gelesen werden: 7148920485?

Sehr natürlich so: Fünf Einheiten, acht Zehner, vier Hunderter, kein Tausender, zwey Zehentausender, neun Hunderttausender, acht Millionen, vier zehnfache Millionen, eine hundertfache Million und sieben tausendfache Millionen.

§. 7. Abweichung der gewöhnlichen Lesart von dieser natürlichen.

Die höhern Zifferstellen werden gewöhnlich vor den niedern gelesen. Es lautet demnach die Zahl

8430 so: Achttausend vierhundert und dreyßig. Nur die Einheiten und Zehner machen hierinfalls eine Ausnahme, weil man die Einheiten allemal vor den Zehnern ausspricht. So z. E. sagt man bey der Zahl 47 nicht vierzig und sieben, sondern sieben und vierzig. Ferner haben die Zahlen 11 und 12 in der deutschen Sprache eigne Benennungen, und heißen eilf und zwölf statt einzehn und zweyzehn.

§. 8. Regeln, um jede gegebene große Zahl richtig lesen zu können.

Da immer nach 6 Ziffern von der Rechten zur Linken eine neue Hauptbenennung Platz greift, nämlich Million, Billion, Trillion u. s. w. so wird es gut seyn, jede Großzahl durch Senkstriche von 6 zu 6 Ziffern einzutheilen. Es versteht sich, daß mit dieser Eintheilung allemal rechter Hand angefangen werden müsse. Da ferner Einheiten und Zehner durchgehends in verkehrter Ordnung zusammengelesen werden, so kann man dieß dadurch anzeigen, daß man sie durch liegende Klammern zusammenstreicht. Nebenher mögen noch die Hunderter durch einen Punkt von unten und die Tausender von oben bezeichnet werden. Die Zahl 42906714892365 wird z. B. so bezeichnet und gelesen:

42|906714|892365.

Zwey und vierzig Billionen, neunhundert sechs Tausend sieben hundert vierzehn Millionen, achthundert zwey und neunzig tausend dreyhundert fünf und sechzig.

Zahlen, die viele Endesnullen haben, lassen sich weit kürzer lesen, z. E. 50000000000 heißt nach der Bezeichnung 50000|000000 Fünfzigtausend Millionen und nichts weiter.

Aufgaben zur Aussprechung der Zahlen.

I.

Ein Kriegsschiff von 60 Kanonen kostet ungefähr 86592 Reichsthaler oder nach unserm Gelde 129888 fl.

Bezeichnung und Aussprechung.

86592. Sechs und achtzig tausend, fünf hundert zwey und neunzig Reichsthaler.

129888. Einhundert neun und zwanzigtausend acht hundert acht und achtzig Gulden.

II.

Der Berg Corasso in Amerika, die größte von Menschen erstiegene Höhe, ist 16532 bairische Schuh über die Meeresfläche erhoben.

Bezeichnung und Aussprechung.

16532. Sechzehntausend fünfhundert zwey und dreyßig.

III.

H. Crome giebt die Größe von Europa zu 174012 Quadratmeilen *) an, und die Anzahl der Bewohner auf 153501992 Menschen.

Bezeichnung und Aussprechung.

174012 Ein hundert viersiebenzig tausend und zwölf.

153|501992. Einhundert drey und fünfzig Millionen, fünfhundert und ein tausend, neunhundert zwey und neunzig.

*) Unter Quadratmeile versteht man eine viereckichte Fläche auf dem Erdboden, die eine Meile lang und eben so breit ist.

IV.

Die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne beträgt 20851000 deutsche Meilen.

Bezeichnung und Aussprechung.

20|851000. Zwanzig Millionen, achthundert ein und fünfzig tausend.

V.

Der Erfinder des Schachspiels begehrte zur Belohnung vom Perserkönig für das erste der 64 Felder im Schachbrette nur ein Weitzenkörnchen, für das zweyte 2, für das dritte 4, dann 8, 16 u. s. w. Man fand durch Rechnung, daß diese Foderung 6014422579287 baierische Schäffeln betrage. An Körnern macht diese Summe

18446744073709551615.

Bezeichnung und Aussprechung.

6|014422|579287. Sechs Billionen, vierzehn tausend, vierhundert zwey und zwanzig Millionen, fünfhundert neun und siebenzig tausend zweyhundert sieben und achtzig.

18|446744|073709|551615. Achtzehn Trillionen, vierhundert sechs und vierzig tausend siebenhundert vier und vierzig Billionen, drey uud siebenzig tausend siebenhundert neun Millionen, fünfhundert ein und fünfzig tausend sechshundert fünfzehn.

Aufgaben zum Schreiben der Zahlen.

I.

Die Stadt Wien zählt zweyhundert siebenzigtausend, Paris hingegen fünfmalhunderttausend Einwohner.

Ausdruck in Ziffern.

270000 und 500000

II.

Das sämmtliche Gold, welches seit dem Emporkommen des Bergbaus bis 1795 zu Tage gefördert worden, beläuft sich auf hundert neun und zwanzig Millionen Thaler, das Silber hingegen auf zweytausend vier und siebenzig Millionen Thaler.

Ausdruck in Ziffern:

129000000 und 2074000000 Thaler.

III.

Im Jahr 1792 sind in England fünfzehn Millionen, fünftausend siebenhundert und sechzig Zeitungen gedruckt worden.

Ausdruck in Ziffern:

15005760.

IV.

Der ganze Handel unsers Welttheils belauft sich jährlich auf fünfhundert Millionen Laubthaler oder auf tausend dreyhundert fünf und siebenzig Millionen Gulden.

Ausdruck in Ziffern:

500|000000 und 1375000000 fl.

Aufgaben zur Uebung.

I.

Ein Kauffartheyschiff kommt ungefähr auf 45678 Reichsthaler oder 68517 Gulden.

II.

Der höchste Berg auf der Erde ist der Chimbarasso in Amerika und ragt über die Meeresfläche 21553 bairische Schuh empor.

III.

Der 139 Karat schwere Diamant des Großherzogs von Toskana hat einen Werth von 978124 fl.

IV.

Der Schall durchläuft in einer Stunde Zeit 4168800 bairische Schuh.

V.

Das Licht durchlauft in einer halben Viertelstunde 18599815 deutsche Meilen.

VI.

Die mittlere Entfernung des neuentdeckten Planeten Uranus von der Sonne beträgt 197984040 deutsche Meilen.

VII.

Rechnet man auf eine Sekunde 3 Augenblicke, und nimmt man an, daß die Welt schon volle 6000 Jahre alt sey, so beträgt diese Zeit nicht mehr als 567648000000 Augenblicke.

VIII.

Der Druck, den der 8 bis 10 Meilen hohe Dunstkreis auf die ganze Erde ausübt, beträgt ungefähr 6687360000000000000 Pfund.

Aufgaben zum Schreiben der Zahlen.

I.

Die Stadt Rom zählt hundert fünf und sechzig tausend, London hingegen neunmalhunderttausend Einwohner.

II.

Die Länder der österreichischen Monarchie hatten im Jahr 1794 eine Bevölkerung von achtzehn Millionen, neunhundert neun und funfzig tausend Seelen.

III.

Wenn jemand den ersten Tag im Monat einen Kreuzer, den 2ten 2 Kreuzer, den 3ten 4 Kreuzer u. s. f. zurücklegen würde, so bekäme er in 31 Tagen eine Summe von neun und dreyßig Millionen, hundert vier und zwanzig tausend siebenhundert sieben und zwanzig Gulden.

Dritter Abschnitt.

Von der Summirung oder Addition ganzer Zahlen, als der ersten Rechnungsart.

§. 9. Begriff des Summirens oder Addirens.

Summiren (Sammeln) heißt nichts anders, als eine Zahl finden, die mehrern gegebenen Zahlen zusammen genommen gleich ist. Figürlich zu reden, bewirkt Addiren in der Arithmetik das nämliche, was im gemeinen Leben das Zusammengießen mehrerer Gefäße voll Flüssigkeiten in eines, das Zusammenschütten mehrerer Säcke voll Getreides auf einen Haufen, oder das Zusammenschmelzen mehrerer Metallklumpen in eine Masse hervorbringt, nämlich was zuvor vereinzelt da war, erblickt man nun im Zustande der Vereinigung.

§. 10. Welche Haupteigenschaft müssen die Zahlen haben, die addirt werden sollen?

Sie müssen gleichartig, oder was auf eins hinausläuft, gleichnamig seyn, das heißt, es ist unumgänglich nothwendig, daß auf alle Einheiten, woraus die Zahlen bestehen, die nämliche Benennung paßt, damit auch die Summe diese Benennung beybehalten könne. Denn wer kann z. B. 5 Gulden, 3 Ellen und 2 Zentner vernünftiger Weise in eine Summe vereinigen? Sie geben weder 10 Gulden, noch 10 Ellen, noch 10 Zentner.

§. 11. Wie schickt man sich zur wirklichen Addition der Zahlen an?

Man schreibt sie so unter einander, daß Einheiten unter Einheiten, Zehner unter Zehner, Hunderter unter Hunderter u. s. f. zu stehen kommen; denn dieß fodert ebenfalls das Gesetz der Gleichnamigkeit. Am Ende schließt man den Ansatz durch eine darunter gezogene Querlinie; um die herauskommende Summe von der gegebenen Zahl sogleich unterscheiden zu können.

Ein Beyspiel hierüber! Irgend ein Kaufmann bezahlte eines Tages folgende Summen aus: 8286 fl. 4024 fl., 347 fl., 9 fl. und 72 fl. Was ist der ganze Betrag hievon?

Ansatz.

$$\begin{array}{r} 8286 \\ 4024 \\ 347 \\ 9 \\ 72 \\ \hline \end{array}$$

§. 12. Wirkliches Verfahren der Addition selbst.

Man fängt zur rechten Hand an, alle Einheiten von unten bis oben zusammen zu zählen, und schreibt ihre Summe, falls sie weniger als 10 beträgt, sogleich darunter. Besteht aber die bemeldte Summe aus zwey Ziffern, das heißt, ist sie grösser als 9, so werden von dieser Zahl bloß die Einheiten angesetzt, die Zehner aber zur folgenden aufsteigenden Reihe gerechnet, indem diese ebenfalls Zehner erhält. So wird nun durch alle aufsteigenden Reihen fortgefahren bis zur letzten, wo man

die erhaltene Summe ganz hinschreibt. Das obige Beyspiel wird daher so berechnet:

8286
4024
347
9
72
12738 fl.

Die Sprechform war beyläufig diese: 2 und 9 ist 11, und 7 ist 18, und 4 ist 22, und 6 ist 28. 8 wird angeschrieben und 2 zur folgenden Reihe gezählt. Daher 2 und 7 ist 9, und 4 ist 13, und 2 ist 15, und 8 ist 23. 3 wird wieder angeschrieben, und 2 zur folgenden Reihe gerechnet. Ferner 2 und 3 ist 5, und 2 ist 7. Diese 7 wird angeschrieben. Endlich 4 und 8 ist 12, welches man ganz hinsetzt.

§. 12. Gesetzt aber, eine aufsteigende Reihe giebt zur Summe eine Zahl von 3 Ziffern, was ist da anzufangen?

Man hat in dergleichen Fällen verschiedne Verfahrungsarten. Am natürlichsten wird es aber seyn, wenn man von einer solchen Summe das letzte Ziffer unter die Queerlinie setzt, dann die beyden andern als eine zweyzifferichte Zahl betrachtet, und sie zur nächsten Reihe zählt. Will man sich aber die Mühe ersparen, so schreibe man diese zwey Ziffer über die gegebenen Zahlen in gehöriger Ordnung hin, damit ihre Addition erst am Ende die aufsteigenden Reihen trifft. Ein Beyspiel soll dieß ins Licht setzen. Die reinen Erträgnisse eines Landgutes warfen in Zeit von 14 Jah-

ren folgende Summen ab, wie groß ist der sämmtliche Gewinn?

(II)

189	1
277	2
489	3
2078	4
368	5
1989	6
47	7
166	8
229	9
88	10
709	11
2099	12
456	13
88	14

9272 fl.

Hier giebt die erste Reihe zur Rechten 112. Man schreibe nun 2 an, und addire 11 zur nächsten Reihe. Oder aber man setze diese 11 so zu oberst über die gegebenen Zahlen hin, daß Zehner auf Zehner und Hunderter auf Hunderter paßt. *)

*) Additionen von der Art, wo mehrere Abtheilungen der Einheiten vorkommen, z. B. Gulden, Kreutzer, Pfennige, oder Zentner, Pfunde, Lothe u. dgl., können hier noch nicht wohl vorgenommen werden, weil hierzu eine Rechnungsart mitunter angewendet werden muß, die erst später gelehrt wird. Sobald die Division abgehandelt worden, sollen sie ihren Platz finden.

§. 14. Von den Zeichen, welche die Addition und das Resultat einer Rechnungsart bedeuten sollen, und den hier üblichen Kunstwörtern.

Ein aufrechtes Kreutz (+), welches zwischen die Zahlen, welche in eine Summe gebracht werden sollen, hineingestellt wird, ist das Zeichen der Addition. Es wird gewöhnlich durch plus ausgesprochen, obwohl man natürlicher dabey und lesen würde. Die Resultate einer solchen Rechnungsart werden mit der Angabe gerne durch einen liegenden Doppelstrich (=) verbunden. Sein Name ist das Gleichheitszeichen, und pflegt daher durch Aequal oder gleich ausgesprochen zu werden. Z. B. $7 + 19 + 23 = 49$, wo die gegebenen Zahlen allemal die Summanden und das Resultat die Summe heißen.

§. 15. Wozu leistet die Addition noch gute Dienste?

In Fällen, wo große mit Worten geschriebne oder ausgesprochne Zahlen in Ziffern gebracht werden sollen, und man sich nicht gleich darein zu finden weiß, kann man sich mit der Addition am zuverlässigsten helfen. Denn es dürfen bloß die Hauptabtheilungen so einer Zahl gehörig unter einander geschrieben, und zuletzt zusammen addirt werden. Es sey z. B. die Zahl gegeben: Fünfhundert acht Billionen, viertausend sieben Millionen, zweyhundert vierzig. Man verfahre so:

508	000000	000000
	4007	000000
		240

508 004007 000240. Die Zahl in Ziffern ausgedrückt.

Aufgaben zur Addition.

I.

Nach Ritter Linné giebt es auf der Erde 39 Geschlechter vierfüßiger Thiere, 63 Geschlechter der Vögel, 16 Geschlechter der Amphibien, 51 Geschlechter der Fische, 74 Geschlechter der Insekten und 96 Geschlechter der Würmer. Wie viele Thiergeschlechter zählt man nach diesem Naturforscher auf der Erde?

Ansatz und Berechnung.

```
 39
 63
 16
 51
 74
 96
----
339 Thiergeschlechter.
```

II.

Ist von den Arten der Thiere die Rede, so behauptet eben dieser Linné, daß es von vierfüßigen Thieren 184, von Vögeln 552, von Amphibien 217, von Fischen 378, von Insekten 2102, und von Würmern 941 Arten gebe. Wie vielerley Thierarten zählen wir in allen?

Ansatz und Berechnung.

```
 184
 552
 217
 378
2102
 941
----
4374 Arten der Thiere.
```

III.

Der bey Errichtung einer allgemeinen Brandversicherungsgesellschaft eingeschätzte Werth aller eigenthümlichen Gebäude belief sich schon zu Ende des Jahres 1801 im Herzogthum Baiern auf 12919650 fl., in der obern Pfalz 8|350|525, und in dem Herzogthum Neuburg 4|111|800 fl.; was betrug damals schon das gesammte Kapital dieser nützlichen Gesellschaft in den benannten pfalzbairischen Erbstaaten?

Ansatz und Berechnung.

12919650
8350525
4111800

25381975 fl.

IV.

Herr Bode giebt den Flächenraum des festen Landes unsrer Erde so an: Europa hält 171834 Quadratmeilen, Asien 641093, Afrika 531638, Amerika 572110, Neuholland 143000. Alle Inseln ungefähr 1000000. Wie groß ist das gesammte feste Land auf unsrer Erde?

Ansatz und Berechnung.

171834
641093
531638
572110
143000
1000000

3059675 Quadratmeilen.

Aufgaben zur Selbstübung.

I.

Von den bisher bekannten Kometen, sagt Bode in seiner Kenntniß des gestirnten Himmels, befinden sich zwischen dem Merkur und der Sonne 18, zwischen Merkur und der Venus 36, zwischen Venus und der Erde 20, zwischen der Erde und dem Mars 15, endlich zwischen Mars und Jupiter 4. Wie viele Kometen sind gegenwärtig schon bekannt?

II.

Wenn man in den Schacht des Salzberges zu Hallein hinabfährt, so hat man einmal 52, einmal 38 und wieder einmal 60 Klafter zu hinterlegen. Wie tief ist dieses Sinkwerk?

III.

Baiern mit Einschluß der obern Pfalz und Neuburg zählte vor der allgemeinen Aufhebung der Klöster 3281 Mönche, 328 Weltgeistliche und 1238 Nonnen. Aus wie vielen Köpfen bestand damals die gesammte Geistlichkeit in Baiern?

IV.

Im Jahr 1770 befanden sich im Rentamte München 65991 Herdstätten, im Rentamte Burghausen 39506, im Rentamte Landshut 53061, und im Rentamte Straubing 34898. Wie viele Feuerstellen waren damals im Herzogthum Baiern?

V.

Die Stadt Augsburg wird in 8 Reviere getheilt, und nach Buchstaben bezeichnet. Das Revier A enthält 651 Häuser, B 265, C 403, D 287, E 222, F 420, G 340 und H 408. Wie viel zählt Augsburg Häuser innerhalb den Ringmauern?

Vierter Abschnitt.

Von der Subtraktion in ganzen Zahlen.

§. 16. Begriff der Subtraktion.

Subtrahiren, oder eine Zahl von der andern abziehen, heißt den Unterschied zweyer Zahlen bestimmen; oder auch aus zweyen Zahlen eine dritte finden, welche anzeigt, um wie viel die eine größer als die andre ist. Ein Beyspiel hierüber. Der jüngere von zwey Brüdern zählt 13 und der ältere 18 Jahre. Um nun zu erfahren, um wie viel Jahre sie von einander unterschieden sind, müssen 13 von 18 weggezählt oder abgezogen werden, und man erhält die Zahl 5 zum Unterschiede.

§. 17. Anzahl der gegebenen Zahlen, ihre Benennung nach der Kunstsprache, Zeichen der Subtraktion.

Es erhellet schon aus der gegebenen Erklärung dieser Rechnungsart, daß nicht mehr als zwey Zahlen zu einem Ansatze gegeben werden können. Die größere heißt nach der Kunstsprache der Minuend und die kleinere der Subtrahend. Die Zahl, welche durch das Abziehen der einen von der andern herausgebracht wird, nennt man den Rest. Endlich ist eine liegende Linie, die zwischen dem Minuend und Subtrahend hineingezeichnet wird, das gewöhnliche Subtraktionszeichen, z. B. 9 — 6 = 3. Man liest dabey minus oder weniger.

§. 18. Welche Eigenschaften müssen die Zahlen haben, die von einander abgezogen werden sollen.

Sie müssen nothwendig wieder gleichnamig seyn. Denn wie ungereimt wäre die Frage: Um wie viel sind 5 Pfund von 3 Ellen unterschieden?

§. 19. Wie schickt man sich ungefähr an, um zwey große Zahlen von einander abzuziehen?

Gerade so, wie bey der Addition. Man stellt nämlich Einheiten unter Einheiten, Zehner unter Zehner u. s. w. Doch so, daß der Minuend über den Subtrahend zu stehen kommt. Dieser Ansatz wird dann ebenfalls durch eine Querlinie geschlossen, damit der darunter kommende Rest sogleich weggekannt werden könne. Man zieht nun die Einheiten des Subtrahends oder der untern Zahl von denen der darüber stehenden ab, desgleichen auch die Zehner von den Zehnern u. s. w.

Z. B. In einer volkreichen Stadt wurden eines Jahres 74879 Rinder geschlagen, dabey sind aber 1358 Kühe gewesen; wie viel waren es Ochsen?

Minuend: 74879
Subtrahend: 1358

Rest: 73521, die Anzahl der Ochsen.

§. 20. Gesezt aber, eine obere Ziffer sey kleiner, als die darunter stehende, oder es befindet sich oben gar eine Null; wie hat man sich da zu benehmen?

In so einem Falle wird von der nächst darauf folgenden Zifferstelle der obern Zahl eine Einheit entlehnt, so hat man eben darum 10 Einheiten von jenem Zifferrang, wo Mangel war. Hier wieder ein Beyspiel darüber! In eine Kasse sind 243890 fl. geflossen, aber davon eine Ausgabe von 153462 fl. bestritten worden, wie groß ist der Kassarest?

, ,
243890
153462

90428

Die Sprechform ist ungefähr diese: 2 von 10 bleiben 8, 6 von 8 (denn 9 ist um eins kleiner geworden) bleiben 2, 4 von 8 bleiben 4, 3 gegen 3 heben sich, 5 von 14 bleiben 9, 1 gegen 1 hebt sich. Gut wird es seyn, wenn man jene Ziffer, wovon eine Einheit entlehnt worden, mit einem Strichchen bezeichnet, damit man sich dadurch erinnert, daß es um 1 kleiner geworden.

§. 21. Es kann sich aber fügen, daß die nächste Zifferstelle, von der man eine Einheit entlehnen will, eine Null enthält, was ist da zu thun?

Hier muß man von der nächst darauf folgenden Ziffer eine Einheit zu leihen nehmen, in welchem Falle dann alle Nullen, so viel ihrer auch dazwischen seyn mögen, in lauter Nenner verwandelt werden. Denn wenn ich von 100 eine Einheit wegnehme, bleiben 99, von 1000 bleiben 999 u. s. f.

Beyspiel. Von einer Staatswaldung, die 1000081043 Quadratfuß groß ist, wird ein Distrikt von 584042762 Quadratfuß verkauft; was bleibt noch übrig?

$$\begin{array}{r} 1000081043 \\ 584042762 \\ \hline \end{array}$$

Antw. 416038281 Quadratfuß.*)

§. 22. Noch ein Vortheil, den die Subtraktion gewährt.

Die Subtraktion dient jeder Addition zur Probe. Denn man darf von der Summe nur alle Summanden nach und nach abziehen, so muß, im Falle, daß richtig gerechnet worden, am Ende alles aufgehen. Weil aber dieß Verfahren bey größern Additionen

*) Subtraktionen mit Unterabtheilungen kommen ebenfalls später vor.

viel Zeit erfodern würde, so läßt man gewöhnlich von den gegebenen Summanden einen weg, addirt die übrigen auf ein neues zusammen, und zieht die erhaltene Summe von der Hauptsumme ab, so bleibt nothwendig die weggelassene Zahl übrig. Man wähle zur Versinnlichung dieser Regel das Beyspiel von §. 11, wo der weggelassene Summand durch ein Sternchen bezeichnet ist.

8286
4024 *
347
9
72

12738
—8714

4024 *

§. 23. Probe der Subtraktion.

Diese wird durch die Addition verrichtet. Denn addirt man zum Rest das, was weggenommen worden, so kömmt natürlich das wieder heraus, was vermindert worden ist. Die Regel heißt demnach so: Man addire zum Rest den Subtrahend, so kömmt der Minuend zum Vorschein. Man versuche dieß beym obigen Beyspiele.

Minuend: 1000081043
Subtrahend: 584042762

Rest: 416038281

Probe: 1000081043

Es giebt noch eine andre Probe für die Subtraktion. Man darf nämlich nur den Rest vom Minuend abziehen, so muß der Subtrahend hervorgehen. Z. B. im obigen Exempel

1000081043
416038281

584042762, welches der Subtrahend war.

Aufgaben zur Subtraktion in ganzen Zahlen.

I.

Die Frauenthürme in München sind 360 Schuh, der Martinsthurm in Landshut aber 455; um wie viel ist lezterer höher, als einer der erstern?

Ansatz und Berechnung:

455
360

Antw. um 95 Schuhe.

II.

Das Bißthum Augsburg wurde schon im Jahr 690 eingesetzt, das Bißthum Regensburg hingegen 840; um wie viel ist ersteres älter als lezteres?

Ansatz und Berechnung:

840
690

Antw. 150 Jahre.

III.

Im Jahr 1572 wurde Ingolstadt zu einer hohen Schule erhoben und 1800 kam dieselbe nach Landshut; wie lange genoß Ingolstadt diese Ehre?

Ansatz und Berechnung:

1800
1572

Antw. 228 Jahre.

IV.

Vor der provisorischen Mautordnung betrugen die Mautgefälle in Baiern für das Jahr 1799 ungefähr 450000 fl., hingegen im Jahr 1801, da jene Ordnung bereits eingeführt war, 700000 fl.; um wie viel hat dieses Staatsgefäll zugenommen?

Ansatz und Berechnung:

700000
450000

Antw. um 250000 fl.

V.

Der St. Gotthardsberg in der Schweitz ist 11048 baierische Schuh hoch, hingegen der feuerspeyende Berg Aetna in Sizilien 11854 solcher Schuhe; um wie viel ist der Aetna höher als der Gotthardsberg?

Ansatz und Berechnung:

11854
11048

Antw. um 806 Schuhe.

VI.

Die ganze Oberfläche der Erde hält 9282060 Quadratmeilen. Nun beträgt das gesammte feste Land nach Bode 3059675 solcher Meilen; wie viel bleibt wohl für das Meer übrig?

Ansatz und Berechnung:

9282060
3059675

Antw. 6222385 Quadratmeilen.

VII.

Die gesammte Volksmenge der amerikanischen Staaten betrug im Jahre 1790 an 3929326 Seelen; hingegen 1800 an 5214801 Seelen. Um wie viel hat seit 10 Jahren die Bevölkerung zugenommen?

Ansatz und Berechnung;

5214801
3929326

Antw. um 1285475 Seelen.

Aufgaben zur Selbstübung.

I.

Das Bißthum Freysing kam im Jahre 820 empor, das Bißthum Salzburg aber schon 682; um wie viel ist letzteres älter als ersteres?

II.

Im Jahre 992 wurde bey den Katholiken die Einrichtung veranstaltet, daß täglich dreymal zum Gebet geläutet wird; wie lange erhält sich dieser fromme Gebrauch schon?

III.

Der Planet Jupiter braucht zu seiner Umlaufszeit um die Sonne 4332 Tage, hingegen der Planet Saturn 10749 Tage; um wie viele Tage dauert das Jahr des Saturns länger als das des Jupiters?

IV.

Im Jahr 1792 wurden nach München, der Hauptstadt Baierns, 116834 Schäffel Getreid zum Verkauf gebracht. In drey Jahren darauf, nämlich 1795 betrug die Zufuhr schon 190064 Schäf-

fel; wie groß ist der Unterschied dieser beyden jährlichen Getreidlieferungen?

V.

Im Jahr 1771. zählte die obere Pfalz 171784 Seelen, hingegen im Jahre 1794 schon 198566; um wie viel hatte bis dahin die Bevölkerung dieses Landes zugenommen?

VI.

Bey der letzten Volkszählung in Baiern fand sich, daß vom männlichen Geschlechte 427066, vom weiblichen Geschlechte hingegen 451171 Seelen vorhanden waren. Um wie viel Köpfe übertraf das weibliche Geschlecht das männliche?

VII.

Im Jahre 1790 zählte man in ganz Amerika 697697 Sklaven, hingegen 1800 schon 862768; um wie viele Seelen ist diese Menschenklasse bis dahin mehr angewachsen.

Fünfter Abschnitt.

Von der Multiplikation in ganzen Zahlen.

§. 24. Begriff dieser Rechnungsart.

Die Multiplikation ist eine abgekürzte Art der Addition in Fällen, wo alle gegebenen Summanden von gleicher Größe sind.

§. 25. Worin das Verfahren dieser Abkürzung bestehe?

Man schreibt von sämmtlichen gleichen Summanden nur einen als Ansatz hin, dann unter denselben die Anzahl der Summanden und schließt alles durch eine Querlinie. Nun nimmt man die

Einheiten, Zehner, Hunderter u. s. w. der obern Zahl so oft, als es die darunter stehende Zahl erfodert, und befolgt übrigens beym Anschreiben dessen, was überall herauskömmt, die nämlichen Regeln, die oben bey der Addition §. 11. gegeben worden.

§. 26. Aber wie erfährt man gleich, was etliche Einheiten, etliche Zehner und dergl. für eine Summe ausmachen?

Dieses geschieht mittelst des sogenannten Einmaleins, welches jeder fertige Rechner im Gedächtnisse haben muß.

§. 27. Kunstwörter und Zeichen der Multiplikation.

Bey jeder Multiplikation kommen demnach 2 Zahlen vor, wovon die obere der Multiplikand und die untere der Multiplikator genannt wird. Die dadurch erzeugte Zahl oder Summe heißt Produkt. Man hat zweyerley Zeichen, um eine Multiplikation anzudeuten, entweder ein schiefstehendes Kreutz (×) oder ein Punkt (.) Eins dieser beiden Zeichen wird demnach zwischen Multiplikand und Multiplikator hineingesetzt, z. B. $8 \times 2 = 16$ oder $4 . 3 = 12$, und wird gelesen durch mal oder durch multiplicirt mit.

§. 28. Sätze, die sich aus der Betrachtung des Einmaleins ableiten lassen.

Besonders merkwürdig sind folgende drey:

I. Alle Produkte, die aus der Multiplikation zweyer Zahlen, welche kleiner als 10 sind, entstehen, haben nur eine oder zwey Ziffern.

II. So oft die Einheit die Stelle des Multiplikators vertritt, so oft wird das Produkt dem Multiplikand gleich seyn. Z. B. $6 \times 1 = 6$. Die Zahl 1 multiplicirt also nicht, sondern läßt die andere Zahl einfach stehen.

III. Man kann in jedem Falle den Multiplikator mit dem Multiplikand verwechseln, ohne befürchten zu dürfen, daß ein anders Produkt herauskommen werde. Z. B. $7 \times 4 = 28$ oder $4 \times 7 = 28$. Daher heißt man oft den Multiplikand und den Multiplikator ohne Unterschied die beiden Faktoren, so wie das Produkt schlechtweg Faktum.

§. 29. Was hieße nun nach der Kunstsprache eigentlich multipliciren?

Einen Faktor so oft nehmen oder setzen, als der andere Einheiten hat.

§. 30. Eintheilung der Multiplikationen in Klassen.

Am füglichsten können alle Multiplikationen unter drey Klassen gebracht werden. Zur ersten gehören jene, wo einer der beyden Faktoren nur aus einer Ziffer besteht. Zur zweyten gehören die, wo ein Faktor neben der Einheit lauter Nullen stehen hat. Die dritte Klasse machen endlich jene Multiplikationen aus, wo beide Faktoren Zahlen von mehrern Ziffern sind.

§. 31. Eine Multiplikation der erstern Klasse als Addition sowohl als in der gehörigen Abkürzungsform.

Gesezt, aus einem Bergwerk werden jährlich 2748 Zentner Metall erzeugt; was wirft dieß in 5 Jahren ab? Dieß gäbe am natürlichsten folgende Addition:

$$\begin{array}{r} 2748 \\ 2748 \\ 2748 \\ 2748 \\ 2748 \\ \hline 13740 \end{array}$$

13740 Zentner.

Aber weit kürzer ist die Verfahrungsart, wenn man die Anzahl der Summanden als Multiplikator (hier 5) unter einem Summand als den Multiplikand (hier 2748) sezt, und auf folgende Art behandelt:

$$\begin{array}{r} 2748 \\ 5 \\ \hline 13740 \end{array}$$ Zentner.

Die Sprechform ist gewöhnlich diese: 5 mal 8 ist 40, 0 angeschrieben, bleiben 4; 5 mal 4 ist 20 und 4 sind 24, 4 angeschrieben, bleiben 2; 5 mal 7 ist 35 und 2 sind 37, 7 angeschrieben, bleiben 3; 5 mal 2 ist 10 und 3 sind 13, welches ganz angesezt wird.

§. 32. Multiplikationen der zweyten Klasse.

Es ist nichts leichter in der Welt als Rechnungen dieser Art; denn man darf nichts weiter thun, als dem Multiplikant die Null anhängen, welche die Einheit des Multiplikators mit sich führt. Z. B. Ein Bauer behauptet, daß er im Durchschnitt seinem Pfarrer 164 Schäffel Getreid zum Zehend abreichen muß; wie viel Schäffel ärndtet dieser Bauer jährlich ein?

Ansatz und Berechnung;

$$\begin{array}{r} 164 \\ 10 \\ \hline 1640 \end{array}$$ Schäffel.

Denn nach §. 2. ertheilt man den Ziffern dadurch einen zehnfachen Werth, wenn man sie um eine Stelle gegen die Linke rückt; da nun dieß durch das Anhängen eines Nulls wirklich geschieht, so ist der Zweck erreicht. Aus gleichem Grunde verfährt man bey den Faktoren 100, 1000 u. s. w.

auf einerley Art. Z. B. Wie viele Pfunde haben 740 Zentner?

740
100

Antw. 74000 Pfund.

§. 33. Gesetzt aber, die Nullzahl habe zu Anfang eine stärkere Ziffer als die Einheit, z. B. 4192 × 2000; was ist da zu machen?

Weil 2000 nichts anders ist, als 2 × 1000, so darf der Multiplikand nur allererst mit 2, und das herauskommende Produkt abermal mit 1000 multiplicirt werden. Es bleibt daher der nämliche Ansatz und die nämliche Verfahrungsart.

4192
2000

8384000

§. 34. Multiplikation der dritten Klasse:

Man wähle das nächste beste Beyspiel, z. E. 5028 × 314. Weil nun der Multiplikator 314 nichts anders ist, als 4 + 10 + 300, so muß der Multiplikand 5028 sowohl durch 4, als durch 10, als auch durch 300 multiplicirt werden. Am Ende sind die 3 Produkte in eine Zahl zu bringen. Dieß geschieht am kürzesten auf folgende Art:

5028
314

20112
5028
15084

1578792

Denn man erhält das nämliche Produkt, wenn die 3 Multiplikationen einzeln vor die Hand genommen, und die Produkte zuletzt addirt werden. Man ersieht auch zugleich den Grund, warum man die einzelnen Produkte, die unter einander zu stehen kommen, immer um eine Ziffer gegen die Linke rückt, um ihnen nämlich zehn-, hundert- und tausendfache Werthe zu ertheilen. Hier ist die Sache anschaulich gemacht:

5028	5028	5028
4	10	300
20112	50280	1508400

Addition:

20112
50280
1508400
1578792

§. 35. Noch eine Frage: Was ist zu thun, wenn mitten im Multiplikator eine oder mehrere Nullen vorkommen?

Weil eine Zahl mit Null multipliciren so viel heißt, als dieselbe niemal nehmen, das ist, ebenfalls Null dafür setzen, so sieht man wohl, daß man in solchen Fällen die Null ganz überspringen, und zum nächsten Ziffer forteilen dürfe. Nur muß man nicht vergessen, daß man die folgenden einzelnen Produkte im Untereinandersetzen gehörig gegen die Linke vorrücke. Z. B. Irgend ein Fluß liefert dem Meere mit jeder Sekunde 504 Eimer Wasser, was macht dieß in einem Jahr oder in 31556925 Sekunden?

Ansatz und Berechnung:

```
  31556925
       504
 ---------
 126227700
157784625
-----------
```

Antw. 15904690200 Eimer.

§. 36. Die Regeln der Multiplikation ins Kurze gefaßt.

I. Man nehme den kleinern Faktor zum Multiplikator. Um aber zu beurtheilen, welcher von beyden Faktoren größer ist, dürfen die Endnullen nicht in Erwägung gezogen werden.

II. Man stelle den Multiplicator so unter den Multiplikand, daß die letzten Ziffern desselben (die Nullen werden hier für keine Ziffer gehalten) unter einander zu stehen kommen, und unterstreiche sie durch eine Linie.

III. Man multiplicire mit jeder Ziffer den ganzen Multiplikand durch, und fange jedes dieser einzelnen Produkte unter seinem gehörigen Multiplikatorsziffer zu schreiben an. Kommen in Mitte des Multiplikators Nullen vor, so werden sie übersprungen.

IV. Am Ende werden diese Produkte, im Fall der Multiplikator aus mehrern Ziffern besteht, so wie sie sind, addirt.

Versinnlichung aller dieser 4 Regeln durch folgendes Beyspiel: In einem Lande befinden sich 2040 Mühlen. Jede Mühle mahlt jährlich im Durchschnitte 4250 Schäffel Getreid. Wie viel Schäffel werden alle Jahre in diesem Lande verzehrt?

Ansatz und Berechnung:

$$
\begin{array}{r}
4250 \\
2040 \\
\hline
1700 \\
850 \\
\hline
\end{array}
$$

Antw. 8679000 Schäffel. *)

Aufgaben zur Multiplikation in ganzen Zahlen.

I.

Der Fichtelberg ist 648 bairische Klafter hoch, was beträgt dieß in Schuhen, da die Klafter bekanntlich 6 Schuh hat?

Ansatz und Berechnung:

$$
\begin{array}{r}
648 \\
6 \\
\hline
\end{array}
$$

Antw. 3888 bairische Schuh.

II.

Der Adler hinterlegt mit jeder Minute in seinem Fluge eine Strecke Wegs von 6388 bairischen Schuhen; wie weit kömmt er in einer Stunde, d. i. in 60 Minuten?

---

*) Daß es auch Multiplikationen von mehreren Faktoren als zwey geben könne, ist einleuchtend. Es gilt hier gleich viel, welches Paar Faktoren man zuerst vor die Hand nimmt. Die übrigen Faktoren werden dann nach und nach mit dem herauskommenden Produkte multiplicirt. Z. B. 8 × 5 × 10 × 18 = 4800.
7200

Ansatz und Berechnung:

6388
60

Antw. 383280 bairische Schuhe, welches etwas über 15 deutsche Meilen beträgt.

III.

Das Lägel ganzer Bretternägel (ein Artikel in der Eisenhandlung) hält 4000 Stück, halbe hingegen 55000. Nun werden zu einem Bau von jeder Gattung 17 Lägel geliefert; wie viele Nägel enthalten sie?

Ansatz und Berechnung:

17	55000
4000	17
Antw. 68000 ganze	385
	55
	935000 halbe.

IV.

Zu einer Quadratklafter (eine Fläche von 6 Schuh Länge und 6 Schuh Breite) Dachung werden 124 Dachplatten oder sogenannte Taschen erfodert. Das Dach des schönen Bürgersaals in München hält 320 Quadratklafter; wie viel hatte man Taschen nöthig, um es einzudecken?

Ansatz und Berechnung:

124
320
248
372

Antw. 39680 Taschen.

V.

Das Brodbacken allein soll in ganz Baiern nach Hrn. Stoixner täglich 352 Klafter Holz erfodern; welche Holzmasse macht dieß in einem Jahre?

Ansatz und Berechnung:

```
   365
   352
  ----
   730
  1825
 1095
------
```

Antw. 128480 Klafter.

VI.

Wie viele Quadratfuß gehen auf die Quadratmeile? Oder mit andern Worten, wie viel Steinplatten, jede zu 1 Schuh Länge und 1 Schuh Breite, hätte man nöthig, um eine Quadratmeile zu überpflastern? Unter einer Quadratmeile versteht man aber eine viereckichte Fläche, die 25454 bairische Schuh lang und eben so breit ist.

Ansatz und Berechnung:

```
     25454
     25454
    ------
    101816
   127270
  101816
 127270
50908
---------
```

Antw. 647906116 Steinplatten.

VII.

Der kubische Inhalt eines quaderförmigen Körpers wird bestimmt, wenn Länge, Breite und Höhe

oder Tiefe in einander multiplicirt werden. Der Salzberg zu Hallein hat in der Länge 1157 gemeine Klafter, in der Breite 544, und in der Tiefe 302. Was ist der kubische Inhalt desselben, gesetzt daß die Gestalt desselben nicht viel von der Quaderform abweicht?

Ansatz und Berechnung:

```
     1157
      544
   ------
     4628
    4628
   5785
   ------
   629408
      302
  -------
  1258816
 1888224
 --------
```

Antw. 190081216 Kubikklafter.

VIII.

Der Po, ein Fluß in Italien, liefert dem Meere stündlich 420966000 Kubikschuh Wasser; was beträgt dieß in einem ganzen Jahre?

Ansatz und Berechnung:

```
    420966000
           24
  -----------
    1683864
    841932
  -----------
   10103184000
           365
  -------------
     50515920
    60619104
   30309552
  -------------
```

Antw. 3687662160000 Kubikschuh.

Aufgaben zur Selbstübung.

I.

Der Blocksberg in Niedersachsen ist 608 bairische Klafter über die Meeresfläche erhoben; was macht dieß in bairischen Schuhen?

II.

Ein erwachsener Mensch athmet in einer Stunde 1200 Mal; wie oft geschieht dieß in 24 Stunden?

III.

Der Läufer des großen Alexanders, Philomedes mit Namen, legte in einer Minute nach unsrer Rechnung 1432 bairische Schuhe zurück, wie weit kam er in einer Stunde?

IV.

Ein Lägel Scharnägel von der größern Gattung enthält 25000. Nun werden zu einer großen Dachung 19 Lägel verbraucht, wie viel Schindel zählt dieses Dach, wenn jede einen Nagel fodert?

V.

Das Salzerzeugniß ist zu Hallein täglich 480 Salzstöcke, was macht dieß in einem Jahre, wenn auch das Jahr nur zu 300 Werktag gerechnet wird?

VI.

Die Brücke über die Donau bey Regensburg ist 1091 bairische Schuh lang und 13 breit, wie viel braucht man viereckichte Steinplatten zum Pflastern dieser Brücke, wenn jede 1 Schuh lang und 1 Schuh breit ist?

VII.

Das Dach auf der ehemaligen Jesuiterkirche zu München ist mit Preis und Hacken eingedeckt,

und hält 1262 Quadratklafter. Wie viel brauchte man von jeder Sorte, da 72 Hacken und 72 Preise auf 1 Quadratklafter gerechnet werden?

VIII.

Zu einer Quadratklafter Mauer von einem ganzen Stein sind 296 Ziegel nöthig; wie viel Ziegel braucht man zu einer solchen Mauer von 78 Klafter?

IX.

Ein Maurer soll täglich mit Einschluß und Putzarbeit 150 Ziegel verarbeiten. Wie viel gehen Ziegel auf, wenn 9 Maurer 24 Tage lang beschäftigt sind?

X.

Die Donau liefert im Durchschnitt jede Minute dem schwarzen Meere eine Wassermasse von 41910750 Kubikfuß, was beträgt dieß in einem Jahre?

Sechster Abschnitt.

Von der Division in ganzen Zahlen.

§. 37 Begriff dieser Rechnungsart?

Die Division ist eine abgekürzte Subtraktion in Fällen, wo der Subtrahend so oft vom Minuend abgezogen werden soll, als es angeht. Z. B. Jemand hat 150 Groschen, und möchte gerne wissen, wie viel sie Gulden ausmachen. Weil 20 Groschen einen Gulden geben, so muß er hier erforschen, wie oft sich 20 Groschen von seinen 150 Groschen weg-

zählen lassen, oder mit andern Worten, wie oft sich die Zahl 20 von der Zahl 150 abziehen läßt. Er wird erfahren, daß es 7mal angeht, weil 20 × 7 = 140 ist, und daß doch noch 10 Groschen übrig bleiben.

§. 38. Benennung der hier vorkommenden Zahlen.

Der Minuend heißt hier Dividend, der Subtrahend Divisor (Theiler), die Anzahl, wie oft die Subtraktion angeht, Quotient oder Quotus, und das was übrig bleibt, Rest. So ist in dem obigen Beyspiele 150 der Dividend, 20 der Divisor, 7 der Quotient und 10 der Rest.

§. 39. Zeichen der Division.

Entweder macht man zwischen dem Dividend und dem Divisor einen Doppelpunkt, z. B. 18 : 6 = 3, wo allemal der Dividend voran zu stehen kömmt; oder es wird der Divisor unter den Dividend gestellt, und eine Querlinie darzwischen gezogen, z. B.

$$\frac{18}{6} = 3$$

Die Ausdrücke letzterer Art werden gemeiniglich Brüche oder gebrochne Zahlen genannt, wovon unter einem Artikel ausführlich gehandelt werden soll. Hier wird von ihnen nur soviel erinnert, daß man sich ihrer in solchen Fällen gerne bedient, wo der Divisor größer als der Dividend ist, und also die Division nicht wirklich verrichtet werden kann. Da der Rest am Ende einer Division allemal von der Art ist, daß er nicht mehr dividirt werden kann, so wird derselbe meistentheils in einer solchen Bruchgestalt dem Quotient beygesetzt.

§. 40. Eintheilung der Divisionsbeyspiele.

Am füglichsten werden auch hier wieder 3 Klassen gemacht. Die erste Klasse enthält solche Divisio-

nen, wo der Divisor nur aus einem Ziffer besteht; die zweyte, wo eine Einheit mit Nullen den Divisor vorstellt; und die dritte, wo der Divisor aus mehrern Ziffern zusammengesetzt ist.

§. 41. Wie schickt man sich zur wirklichen Division an, und zwar bey Beyspielen der ersten Klasse?

Man schließe den Dividend durch eine Senklinie; setze den Divisor so weit gegen die Linke, als er sich noch abziehen läßt: forsche nach, wie oft er wohl abgezogen werden könne; diese Zahl, wie oft, setze man hinter die Senklinie als Quotient; multiplicire damit den Divisor; ziehe das Produkt von den darüberstehenden Ziffern des Dividends ab; setze das folgende Ziffer desselben zum Rest herab, und befolge die nämlichen Regeln so oft, als viele Ziffer sich nach und nach herabsetzen lassen. Z. E. Es soll eine Erbschaft von 18472 fl. unter 5 Kinder vertheilt werden, wie viel trifft jedes?

Ansatz und Berechnung:

```
18472 | 3694 2/5 fl.
 5
 15
 ---
  34
  5
  30
  ---
   47
   5
   45
   ---
    22
    5
    20
    ---
     2
```

Die Sprechform lautet hier ungefähr so: 5 in 18 geht 3mal, oder ist 3mal enthalten, 3mal 5 ist 15, 5 von 8 bleiben 3, 1 gegen 1 geht auf; 4 herunter gesetzt; 5 in 34 geht 6mal, 5mal 6 ist 30, 0 von 4 bleiben 4, 3 gegen 3 hebt sich; 7 herunter gesetzt; 5 in 47 geht 9mal u. s. w.

§. 42. Grund dieser Verfahrungsart.

Da 18, worin 5 3mal enthalten war, gemäß seiner Stellung einen tausendfachen Werth hat, so muß der Quotus 3 gleichfalls diesen Werth erhalten. Diese Ehre wiederfährt ihm auch wirklich; weil noch 3 Ziffer im Quotus nachgetragen werden müssen, die immer zehnfach gegen die Rechte abnehmen.

§. 43. Vortheilhaftere Methode bey Divisionen der ersten Klasse.

Man erspart weit mehr Raum und Zeit, besonders bey etwas großen Dividenden, wenn man die Reste allemal über die Ziffer, wovon das Produkt abgezogen wird, hinaufschreibt, und das, was sich durch Abziehen aufgehoben hat, ausstreicht. Obige Division bekömmt dadurch ungefähr diese Form:

3 2 |
18472 | $3694\frac{2}{5}$ fl.
5555 |

§. 44. Wie werden die Divisionen der zweyten Klasse gemacht?

Da die Division eben so gut die Probe der Multiplikation ist, als die Subtraktion die der Addition, so darf bey Divisionen mit 10, 100, 1000, wo der Dividend ebenfalls am Ende Nullen hat, gerade die Regel der Multiplikation dieser Klasse umgekehrt angewendet werden. Es hieß aber diese

Regel so: Man hänge dem Multiplikand die Nullen des Multiplikators an. Nun kehre man diese Regel um, und wende sie dann auf die Division dieser Klasse an: Man schneide vom Dividend so viele Nullen ab, als der Divisor bey sich hat, so ist das Uebrige der Quotus. Z. B. 74000 : 100 = 740. Denn 740 × 100 = 74000.

§. 45. Gesetzt aber, der Dividend habe entweder gar kein Null, oder doch nicht so viele als der Divisor?

Die gegebene Regel geht dem ungeachtet fort. Man schneidet nämlich so viele Endziffer vom Dividend weg, als der Divisor Nullen anhängen hat, so ist der Theil zur Linken des Striches der Quotus und der zur Rechten der Rest. Z. B. Wie viele Zentner sind in 24960 Pfunden enthalten?

Ansatz und Berechnung:

Da hier 100 Pfund den Divisor geben, so dient das Verfahren:

249	60	249 Zentner 60 Pfund.
1	00	

Denn macht man die 249 Zentner durch die Multiplikation mit 100 zu Pfunden, und addirt die übriggebliebnen 60 Pfund dazu, so erscheinen zur Probe die gegebnen 24960 Pfunde wieder.

§. 46. Uebergang zur dritten Klasse durch Divisionen, die einziffrichte Divisoren mit Endesnullen haben z. B. 128047900 : 4000.

Hier treffen die Regeln der ersten und zweyten Klasse zusammen, und werden also zugleich ausgeübt. Man schreibe demnach den Nullen des Divisors unter den letzten Ziffer des Dividends, und

dividire die übrigen nach der §. 42 empfohlnen Regel.

Ansatz und Berechnung:

(3		
~~12804~~	900	$32011\frac{3900}{4000}$
~~44444~~	000	

Es kann nämlich der Divisor 4000 zerfällt werden in 1000 × 4. Dividirt man zuerst durch 1000, so erscheint nach §. 44. der Quotient 128047 und der Rest 900. Dividirt man das Herausgekommene auf ein neues durch 4, so erhält man 32011 mit dem Rest 3, welcher, wenn man ihn zum ersten Rest schlagen will, in die Stelle der Zehntausend gehört, folglich als Bruch so angehängt werden muß:

$$\frac{3900}{4000}$$

§. 47. Divisionen der dritten Klasse.

Im Grunde genommen werden sie wie die der ersten Klasse behandelt; nur ist hier die anfangs gelehrte Methode dem Aufwärtsdividiren vorzuziehen, weil man dabey weit weniger Gefahr läuft, irre zu werden. Hat der Divisor am Ende Nullen, so erspart man ebenfalls Raum und Zeit, wenn man diese Nullen sogleich unter die letzten Ziffer schreibt. Folgende Beyspiele sollen alles dieß ins Licht setzen.

I. Ein Magazin, das 28976 Zentner enthält, soll auf 850 Wägen geladen werden; wie viele Zentner treffen im Durchschnitt auf den Wagen?

Ansatz und Berechnung:

28976 | $34\frac{76}{850}$
85 0
255

347
85
340

7

Antwort: es treffen auf den Wagen im Durchschnitt 34 Zentner, und 76 Zentner bleiben zum Vertheilen auf stärkere Wägen und bessere oder mehrere Zugpferde übrig.

II. In einer Festung hat man für 508900 Pfund Brod Vorrath. Wie lang kann man damit auslangen, wenn die darin liegende Garnison täglich 1964 Pfund Brod fodert?

Ansatz und Berechnung:

Natürlich so viele Tage, als oft die Zahl 1964 in der Zahl 508900 enthalten ist; daher muß dividirt werden:

508900 | $259\frac{224}{1964}$ Tage.
1964
3928

11610
1964
9820

17900
1964
17676

224

§. 48. Welche Bemerkung läßt sich überhaupt bey dieser Rechnungsart machen?

Daß die mehrere oder mindere Leichtigkeit dieses Geschäfts bloß auf die erste Ziffer des Divisors ankomme. Ist dieses stark, und die darauf folgende Ziffer klein, so kann das Geschäft nie sonderlich schwer seyn; denn es läßt sich leicht überblicken, wie oft sich der Divisor abziehen lasse. Im widrigen Falle, wenn das erste Ziffer des Divisors klein und das darauf folgende groß ist, gehört viel Uebung dazu, um gleich zu wissen, wie oft der Divisor in der darüberstehenden Zahl enthalten sey.

§. 49. Vortheil bey großen Divisionen der schwerern Art.

Er besteht darin, daß man sich einen sogenannten **Tarif** verfertige, worin alle vielfachen Werthe des gegebnen Divisors von 1 bis 9 enthalten sind. Es dürfen nachgehends diese Produkte nur nach Erfoderniß vom Dividend abgezogen, und die entsprechenden Quotienten hinausgeschrieben werden. Z. B. Es soll die Division 77281004928 : 199 auf besagte Art gemacht werden.

Der Tarif wäre demnach dieser:

199	1
398	2
597	3
796	4
995	5
1194	6
1393	7
1592	8
1791	9

Nun die Division selbst.

```
                 77281004928 | 388346758 86/199
Ein achtfaches   597         |
                 ----
                 1758
Ein dreyfaches   1592
                 -----
                  1661
                  1592
                  -----
                    690
                    597
                    ----
                     930
                     796
                     ----
                     1344
                     1194
                     -----
                      1509
                      1393
                      -----
                       1162
                        995
                       -----
                        1678
                        1592
                        -----
                          86
```

§. 50. Wie wird eigentlich die Probe über eine Division, und auch wechselsweise über eine Multiplikation gemacht?

Um die Probe über eine Division zu machen, muß der Quotient, wie zum Theil schon erinnert worden, durch den Divisor, oder, was einerley ist, der Divisor durch den Quotienten multiplicirt werden. Ist ein Rest vorhanden, so wird er zuletzt dazu addirt, und die Summe kann nichts anders als den Dividend wieder vorstellen. — Man mache zur Versinnlichung die Probe vom 2ten Beyspiele §. 46.

1964 = Divisor.
259 = Quotient.

17676
9820
3928
224 = Rest.

508900 = Dividend.

Um im Gegentheil die Probe über eine Multiplikation zu machen, darf nur das Produkt durch einen der beiden Faktoren dividirt werden. Der Quotient wird, im Fall richtig multiplicirt worden, den andern Faktor ohne Rest geben. Wähle man als Beyspiel das Multiplikationsexempel §. 34.

Produkt =	15904690200	504 =	dem andern Faktor.
Ein Faktor =	31556925		
	157784625		
	126227700		
	31556925		
	126227700		

§. 51. Alle Regeln der Division ins Kurze gefaßt.

a) Man stelle den Divisor so weit links unter den Dividend, daß er sich noch von den darüberstehenden Ziffern abziehen läßt, und mache rechts hinter den Dividend eine senkrechte Schlußlinie.

b) Man forsche, mit welchem Ziffer man den Divisor multipliciren müsse, um das Produkt noch abziehen zu können.

c) Diese Ziffer schreibe man hinter die Schlußlinie, multiplicire den Divisor damit, und ziehe das Produkt von den darüberstehenden Ziffern des Dividends ab.

d) Sind noch Ziffer im Dividend vorhanden, so wird das nächstfolgende herabgeschrieben, und wenn ein Rest geblieben ist, derselbe dazu hingesetzt, damit es eine einzige Zahl damit bildet. Unter sie kömmt der Divisor zu stehen.

e) Ist der Divisor größer als die darüberstehende Zahl, so schreibt man zum Quotus eine Null hinaus, und setzt ein neues Ziffer, wenn je eins vorhanden ist, zur Fortsetzung der Division herab.

f) Divisionen mit einziffrichten Divisoren werden bequemer aufwärts verrichtet.

Aufgaben zur Division in ganzen Zahlen.

I.

In Oberbaiern gränzt bekanntlich der Kochelsee sehr nahe an den Walchersee. Demungeachtet liegt letzterer 592 Schuh höher, als ersterer; wie viel beträgt dieß Klafter zu 6 Schuh?

Ansatz und Berechnung:

5(4	
592	98 Klafter 4 Schuh.
66	

II.

Wie viele Morgen oder sogenannte Tagwerk (Juchart) gehen auf eine geographische Quadratmeile, die laut obiger Rechnung 647906116 Quadratfuß hält, und 40000 Quadratfuß ein Tagwerk ausmachen?

Ansatz und Berechnung:

2 33(2	
647906116	16197 Tagwerk und noch 26116
444440000	Quadratfuß.

III.

Der Flächeninhalt der ehemaligen obern Pfalz belief sich im Jahre 1794 ohne Sulzbach auf 130 Quadratmeilen, und die Bevölkerung auf 198566 Menschen; wie viele treffen auf eine Quadratmeile?

Ansatz und Berechnung:

```
198566|1527 Menschen, wo noch 56
13   0|     im Rest bleiben.
------
  68
  13
  65
  ----
   35
   13
   26
   ----
    96
    13
    91
    ----
     5
```

IV.

Nach einer bewährten praktischen Regel findet man die Anzahl vierspänniger Brodwägen für eine Armee, wenn die gesammte Mannschaft durch 150 getheilt wird. Wie viel Brodwägen hätte 1805 die österreichische Armee von 90000 Mann bey Ulm vonnöthen gehabt?

Ansatz und Berechnung:

```
90000|600 Brodwägen.
15  0|
90
-----
```

V.

Nach den neuesten Messungen ist die königliche Residenzstadt München von Regensburg in gerader Linie 347717 bairische Schuhe entfernt; wie viel giebt dieß deutsche Meilen, da gegenwärtig in Baiern 25407 bairische Schuhe auf dieselbe gerechnet werden?

Ansatz und Berechnung:

347717	13 deutsche Meilen und 17426
25407	bairische Schuhe.
93647	
25407	
76221	
17426	

VI.

Von München über Weilheim und Murnau bis ins Tyrol zu dem Paß Scharnitz sind auf der Landstraße 391257 bairische Schuh; wie viel Stundensäulen sind dahin, da eine von der andern 12703 bairische Schuh entfernt ist?

Ansatz und Berechnung:

391257	30 Stundensäulen und noch
12703	10167 bairische Schuhe.
38109	
10167	
12703	

VII.

Der erste Fond zu der Bank in Venedig, als sie im Jahr 1176 errichtet worden, bestand aus 2 Millionen Dukaten. Welches Gewicht hatte diese Summe, da bekanntlich 16080 Dukaten auf einen bairischen Zentner gehen?

Ansatz und Berechnung:

$$2000000 \,|\, 124\tfrac{6080}{1608} \text{ Zentner.}$$

```
2000000 | 124 6080/1608 Zentner.
1608 0
 3920
 1608
 3216
  7040
  1608
  6432
  6080
```

VIII.

Die Polizey in München gab 1804 eine Vorschrift heraus, wie man aus dem mittleren Preis des Schäffel Weitzens das Gewicht einer Kreuzersemmel für die dasigen Bäcker bestimmen könne. Sie heißt so: Man addire zum mittleren Preis des Schäffel Weitzens 3 fl. Mannsnahrung, mache die Summe zu Kreutzer, und dividire damit in die Zahl 6660, der Quotient giebt Lothe. Gegenwärtig den 4ten Januar 1806 war der mittlere Preis des Weitzens in München 32 fl. 12 Kr.; was muß eine Kreutzersemmel wägen?

Ansatz und Berechnung:

```
32 fl. 12 Kr.
 3
35
 60
2112

6660 | 3 324/2112 Loth.
2112 |
6336
 324
```

IX.

Von Ulm bis München sind auf der Straße 35 Stund oder 394400 rheinische Schuhe. Wie lang brauchte die französische Armee im Jahr 1805 von Ulm bis hieher, da gewöhnlich die Infanterie im Doppelschritt 337 rheinische Schuh in einer Minute macht?

Ansatz und Berechnung:

394400	53 / 1170 / 660	$19\frac{1}{2}$ Stund ungefähr.
337		

574
337
2370
337
2359
110

X.

Was wiegt eine Million Gulden in lauter Vierundzwanzigern, da bekanntlich 3360 fl. in dieser Münzsorte einen bairischen Zentner wägen?

Ansatz und Berechnung:

1000000	$297\frac{208}{336}$	Zentner.
336 0		

672
3280
336
3024
2560
336
2352
208

XI.

Der Planet Saturn braucht zu seiner Umlaufszeit 929584271 Sekunden; was beträgt dieß in Jahren, Tagen und Stunden?

Ansatz und Berechnung:

```
3 51       (1  | 3 114(5     |        |
929584271(1    | 15493071(1  | 258217 | 10759 | 29
666666660 0    | 666666 0    | 24     | 365
                               182      730
                                24      3459
                               168       365
                               141      3285
                                24       174
                               120
                               217
                                24
                               216
                                 1
```

Antwort: 29 Jahre, 174 Tage, 1 Stund, 51 Minuten und 11 Sekunden.

Aufgaben zur Selbstübung.

I.

Der Bodensee hält da, wo er am breitesten ist, nämlich zwischen Rohrspach und Buchhorn, 2042 Schuh in die Tiefe, was macht dieß in Klaftern?

II.

Das Herzogthum Sulzbach hielt vor der neuen Organisation 15 Quadratmeilen, und zählte demungeachtet 30325 Seelen; wie viele trafen auf die Quadratmeile?

III.

Das Herzogthum Baiern begriff vor seiner Vergrößerung 1803 gegen 576 Quadratmeilen in sich.

Die Bevölkerung desselben belief sich nach der Volkszählung von 1794 auf 923734 Menschen, wie viel trafen hier auf die Quadratmeile?

IV.

Der Gesundbrunnen in dem Wildbade zu Abach in Baiern ergießt jährlich 43800 Eimer; wie viel fließen in einem Tag heraus?

V.

Die Isar legt in ihrem Rinnsale von der Scharnitz bis in die Donau 69 Stund Weges zurück, und hat bis dahin ein Gefäll von 1855 bairischen Schuhen; wie viel trifft auf die Stund?

VI.

Die Straße von München in's Tyrol über Wolfrathshausen und Benediktbeuren bis Scharnitz hält 338050 bairische Schuh; wie viel sind dieß Stunden?

VII.

Das Gewicht eines Kreutzerlaibels aus Roggenmehl zu bestimmen, gab die Münchner Polizei folgende Norm an: Man addire zum Mittelpreise eines Schäffel Korns 2 fl. 9 Kr. als Mannsnahrung, mache die Summe zu Kreuzer, und dividire damit die Zahl 10200, so giebt der Quotient Lothe. Nun ist gegenwärtig der mittlere Preis des Korns 26 fl. 30 Kr., was muß ein Kreutzerlaibel wägen?

VIII.

Von Wien bis München sind auf der Poststraße 113 Stunden oder 2673580 rheinische Schuhe; in wie viel Zeit macht Jemand zu Pferd in Galop diesen Weg, da man jede Minute 1200 rheinische Schuhe rechnet?

IX.

Was wiegt eine Million Gulden in Konventionsthalern, da der Zentner in dieser Münzsorte 4800 fl. werth ist?

X.

Pfalzbaiern zählte vor der allgemeinen Aufhebung der Klöster 7567 geistliche Personen beyderley Geschlechts. Die gesammte Volksmenge bestand aber in 1252000 Seelen; die wievielte Person war allemal eine geistliche?

XI.

Der neuentdeckte Planet Uranus braucht zu seiner Umlaufszeit um die Sonne 2642920604 Sekunden; wie viel gemeine Jahre macht dieß?

Siebenter Abschnitt.

Addition und Subtraktion in Zahlen, die Unterabtheilungen haben.

§. 52. Erfoderliche Kenntnisse hierzu.

Wenn der Rechner mit Unterabtheilungen zu thun hat, so muß er vollkommen unterrichtet seyn, wie dieselben bey Maaß, Gewicht, Geld u. dgl. aufeinander folgen, und wie eine in die andre verwandelt werden könne. Daher werden sie hier vorausgeschickt.

§. 53. Abtheilung des Handelsgewichts.

Das größte Gewicht im Handel und Wandel heißt Zentner, und hält 100 Pfund (℔), das Pfund 32 Loth, das Loth 4 Quintl, das Quintl 4 Pfenninggewichte, und wenn man noch will, das Pfenninggewicht 15 Gran. Das bairische oder Münchnerpfund muß 11682 Asen holländisches Troygewicht halten.

§. 54. Apothekergewicht.

Das Apothekerpfund, welches in ganz Deutschland 7444 holländische Asen schwer ist, und also

etwas mehr als 20 bairische Loth hält, wird in 12 Unzen, oder auch in 24 Loth eingetheilt. Die Unze hat 8 Drachmen, die Drachme 3 Skrupel, und der Skrupel 24 Gran.

§. 55. Gold- und Silbergewicht.

Um diese beyden edlen Metalle zu wägen, bedient man sich der kölnischen Mark, welche 4870 holländische Asen hält, folglich nicht gar $13\frac{1}{2}$ bairische Loth beträgt. Die Mark Gold wird dann eingetheilt in 24 Karat, das Karat in 4 Gran, und der Gran in 3 Gren. — Beym Silber hingegen hält die Mark 16 Loth, das Loth 4 Quintl u. s. f. wie beym Handelsgewicht.

§. 56. Getränkmaase.

Um Wein zu messen, wird der Visireimer von 64 Maaß gebraucht; bey Bier, Essig u. dgl. ist der Schenkeimer von 60 Maaß üblich. Die bairische Maaß hält das allernäheste $74\frac{1}{3}$ bairische Kubikzoll, deren 1728 auf den Kubikschuh gehen.

§. 57. Getreidmaase.

Zu München, wonach alle rentämtlichen Getreidrechnungen in ganz Baiern und in den übrigen baierischen Provinzen regulirt werden, bedient man sich des Schäffels, dessen Raum $208\frac{1}{2}$ Geträndmaaß faßt. Das Schäffel hat 6 Metzen, ausser beym Haber, wo 7 solche Metzen auf dasselbe gehen. Der Metzen hat 2 Viertel oder 4 Vierling, das Viertel (hier eine sehr uneigentliche Benennung) hat 8 Maßel, das Maßel 2 Dreyßger.

§. 58. Papierrechnung.

Das Papier wird im Großen nach Ballen abgegeben. Der Ballen hält 10 Rieß, das Rieß 20 Buch, und das Buch 24 Bögen Schreib- oder 25 Bögen Druckpapier.

§. 59. Zeitrechnung.

Das bürgerliche Jahr wird zu 12 Monaten oder zu 52 Wochen, das Monat gewöhnlich zu 30 und die Woche zu 7 Tagen, der Tag zu 24 Stunden, die Stunde zu 60 Minuten, und die Minute zu 60 Sekunden gerechnet.

§. 60. Geldrechnung.

In Baiern, wo durchgehends der 24 Guldenfuß herrscht, das heißt, wo die kölnische Mark Silber zu 24 fl. ausgeprägt wird, rechnet man nach Gulden, Kreutzer und Pfennige. Der Gulden hat bekanntlich 60 Kr. und der Kreutzer 4 Pf. Ein Reichsthaler gilt 90 Kr., ein Konventionsthaler 2 fl. 24 Kr., ein Laubthaler 2 fl. 45 Kr., und ein Kronenthaler 2 fl. 42 Kr. Was das Gold betrifft, so gilt eine Carolin 11 fl., ein Dukaten 5 fl. 20, und eine Mard'or 7 fl. 20 Kr.

§. 61. Vom neuen französischen Maaß und Gewichte.

Seit der französischen Staatsumwälzung sind in Frankreich und in den übrigen französischen Provinzen neue Maaße und Gewichte eingeführt.

Ihre Grundlage ist die Länge des 45sten Grades des Mittagskreises von Paris, die nach den genauesten Messungen 342162 alte Pariser Schuhe beträgt. Es geben demnach 90 Grade oder ein Quadrant 30794580 alte Pariser Schuhe.

Diese Länge theilten die Franzosen in 10 Millionen gleiche Theile, und nannten einen solchen Theil den neuen Metre. Er hält demnach $3\frac{39729}{500000}$ ehemalige französische oder $3\frac{42243}{100000}$ bairische Schuh.

Größere Maaße werden dann immer durch eine Multiplikation mit 10, und kleinere durch eine Division mit 10 abgeleitet. So z. B. geben 10 Me-

tres einen Dekametre, 10 Dekametres einen Hektometre, 10 Hektometres einen Kilometre, und 10 Kilometres endlich einen Myriametre, der für das neue Meilenmaaß festgesetzt worden. — Im umgekehrten Sinne nennt man den 10ten Theil eines Metres Decimetre, den 10ten Theil eines Decimetres Zentimetre, den 10ten Theil eines Zentimetres Milimetre u. s. w. — Es vergleichen sich demnach 10000 Metres oder ein Myriametre ganz genau mit 34263 bairischen Schuhen.

Das neue französische Flächenmaaß ist das Quadrat eines Dekametres, das die Franzosen Are nennen. 100 Ares geben die Hektoare, welches Feldmaaß die ehemaligen Arpents verdrängte. 46 Hektoares machen 135 bairische Tagwerk.

Ein kubikförmiges Gefäß, das einen Zentimetre lang, eben so breit und tief ist, heißt Litre, und ist statt der ehemaligen Pinte festgesetzt worden. 449 Litres halten sehr genau 420 bairische Maaß. Aufwärts giebt es dann wieder Dekalitres, Hektolitres u. s. w., abwärts hingegen Decilitres, Zentilitres u. s. f.

Der tausendste Theil vom Gewicht des reindestillirten Wassers, welches ein solcher Litre faßt, ist zur Einheit des neuen französischen Gewichts angenommen worden. Ihre Benennung ist Gramme, die wieder zehnfach steigen oder abnehmen kann, und die bereits erwähnten Vornamen Deka, Deci, Hekto, Zenti u. s. f. erhält. 5609 Grammes geben ganz genau 10 bairische Pfund.

§. 62. Wirkliches Verfahren bey Additionen mit Unterabtheilungen.

Man schreibt die gegebnen Summanden nach dem Gesetze der Gleichartigkeit unter einander hin,

dann fängt man an, die Zahlen der kleinsten Unterabtheilung in eine Summe zu bringen, und verwandelt sie, wenn es angeht, durch die Division in Einheiten der nächst höhern Ordnung. Ein gleiches geschieht auch bey den Zahlen der folgenden Ordnungen, bis die Addition zu Ende ist. Gut wird es seyn, wenn diese Summen nicht unmittelbar unter die Schlußlinie, sondern irgendwo auf die Seite gesetzt werden, damit man die Divisionen desto bequemer verrichten kann. Der Quotient wird dann allemal zur nächstfolgenden Reihe gezählt. Nachstehende 2 Beyspiele werden die Sache völlig ins Licht setzen.

I. In einer Druckerey wurde auf fünfmal folgendes Papier verbraucht: a) 2 Ballen, 5 Rieß, 12 Buch und 7 Bögen; b) 9 Rieß, 18 Buch, 11 Bögen; c) 5 Ballen, 8 Buch, 12 Bögen; d) 8 Rieß, 17 Buch, 9 Bögen; e) 4 Ballen, 6 Rieß und 3 Bögen. Was giebt dieß für eine Summe?

Ansatz und Berechnung:

Ballen.	Rieß.	Buch.	Bögen.
2	5	12	7
—	9	18	11
5	—	8	12
—	8	17	9
4	6	—	3
14 Ballen	— Rieß	16 Buch	17 Bög.

42 | 1 Buch.
25 |
17

56 | 2 Rieß.
20 |
40
16

30 | 3 Ballen.
10 |

II. Was beträgt folgender Konto, den ein Student zu Ende der Vakanz seinen Eltern nach Hause schickt?

Nota.

Was ich Endesstehender für Carl Schönfeld das ganze Jahr ausgelegt:

1. Kostgeld, den Tag zu 10½ Kr., thut 32 fl. 24 Kr. 2 Pf.
2. Biergeld 11 fl. 14 Kr. 3 Pf.
3. Zimmergeld 14 fl. 20 Kr.
4. Für Schulbücher ausgelegt 7 fl. 49 Kr.
5. Für Schreibmaterialien 2 fl. 18 Kr. 2 Pf.
6. Rekreationsgeld vorgestreckt 5 fl. 14 Kr. 2 Pf.
7. Andere kleine Ausgaben 1 fl. 52 Kr. 2 Pf.

München den 22sten August 1804.

Ignatz Heinrich,
Bürger allda.

Ansatz und Berechnung:

fl.	Kr.	Pf.
32	24	2
11	14	3
14	20	—
7	49	—
2	18	2
5	14	2
1	52	2
75 fl.	13 Kr.	3 Pf.

§. 63. Was ist bey Subtraktionen dieser Art besonders zu merken?

Neben der allgemeinen Regel, daß man Gleichnamiges unter Gleichnamiges stellen soll, muß man auch Acht haben, ob die Zahlen des Subtrahends nicht irgendwo zum Abziehen zu groß sind. In solchen Fällen wird allemal von der nächst größern Abtheilung eine Einheit entlehnt, in kleinere Ein-

heiten aufgelößt, und zum mangelhaften Minuend hingezählt. — Man rechne z. B. diese Aufgabe: In irgendeinem hiesigen Hause beliefen sich die Einnahmen für das Jahr 1805 auf 2576 fl. 42 Kr. 1 Pf.; hingegen die Ausgaben auf 1922 fl. 38 Kr. 3 Pf.; was bleibt für die Errungenschaft dieses Jahrs?

Ansatz und Berechnung:

fl.	Kr.	Pf.
	′	(4)
2576	42	1
1922	38	3
654 fl.	3 Kr.	2 Pf.

Hier wurde von den 42 Kreutzern einer weggenommen, und in 4 Pf. aufgelöset, welche mit dem vorhandenen Pfennig 5 Pf. geben. Nun können allerdings 3 Pf. davon abgezogen werden, und es bleiben noch 2 Pf. Die Wegnahme des Kreutzers von 42 Kreutzern kann durch ein darübergesetztes Strichelchen angemerkt werden, damit man sich desto sichrer erinnert, daß es nur noch 41 Kreutzer sind.

§. 64. Wie aber, wenn der Minuend mehrere leere Stellen hat, und doch entlehnt werden soll?

Man geht in solchen Fällen so weit zurück, bis man eine Stelle mit Inhalt antrifft. Man löset dann die entlehnte Einheit in die Einheiten der nächsten Abtheilung auf, entlehnt aufs neue eine Einheit, und verfährt auf gleiche Art, bis man dahin kömmt, wo die Subtraktion wirklich verrichtet werden soll. Zur Beleuchtung dieser Regel diene das Beyspiel:

Von 4 Zentner rohen Gewürz gieng beym Mahlen verloren 7 ℔ 29 Loth und 3 Quintl; was erhielt man noch aus der Mühle zurück?

Ansatz und Berechnung:

Zt.	℔.	Loth.	Quintl.
,	(99)	(31)	(4)
4	—	—	—
—	7	29	3
3 Zt	92 ℔	2 Loth.	1 Quintl.

Noch eine hieher gehörige Aufgabe. Jemand wurde geboren im Jahr 1756 den 19ten April um 5 Uhr Abends; er starb 1798 den 2ten Merz um 10 Uhr früh; wie alt ist er geworden?

Weil der April der 4te Monat im Jahr, und so auch der Merz der 3te Monat, weil ferner 5 Uhr Abends die 17te Stunde des bürgerlichen Tages ist, so gilt der

Ansatz und Berechnung:

Jahr	Monat	Tag	Stunde
,	(12')	(30)	(24)
1798	3	2	10
1756	4	19	17
41 J.	10 M.	12 T.	17 St.

Aufgaben zur Addition und Subtraktion in ganzen Zahlen mit Unterabtheilungen.

I.

Welchen Schaden litt im Jahr 1796 die obere Pfalz mit Inbegriff des Herzogthums Sulzbach, als sich der Krieg zwischen den Oesterreichern und

Franzosen dahin gespielt hatte, da sich der eidlich geschätzte Schaden a) an Requisition auf 195707 fl. 3 Kr. 2 Pf.; b) an Plünderungen auf 1622645 fl. 22 Kr. 1 Pf.; und c) an Verheerungen auf 342682 fl. 50 Kr. 1 Pf. belief?

Ansatz und Berechnung:

	fl.	Kr.	Pf.
a)	195707	3	3
b)	1622645	22	1
c)	342682	50	1
	2161035 fl.	16 Kr.	1 Pf.

II.

Wegen des Rückmarsches der russischen Truppen 1799 durch Baiern wurden der Station Hohenlinden in Baiern 2 Jahre darauf folgende Summen vergütet; was beträgt die gesammte Einnahme?

Ansatz und Berechnung:

a)	Für Brod	2743 fl.	49 Kr.	2 Pf.
b)	— Fleisch	532	12	—
c)	— Haber	3744	33	3
d)	— Heu	2302	56	—
e)	— Vorspann	917	—	—
	Summe:	10240 fl.	31 Kr.	1 Pf.

III.

Von München bis Freysing sind auf der Hochstraße 8 Stunden 6998 bairische Schuh, von Freysing bis Au 5 St. 885 Sch., von Au bis Mainburg 3 St. 3384 Sch., von Mainburg bis Abensberg 5 St. 7477 Sch., von Abensberg nach Regensburg 8 St. 10888 Schuh; wie weit ist Regensburg von München auf

dieser Straße entfernt? Es gehen aber bekanntlich 12703 bairische Schuh auf die Chausseestunde.

Ansatz und Berechnung:

Stunden	Schuh
8	6998
5	885
3	3384
5	7477
8	10888
31 St.	4226 Sch.

29632 | 2
12703
25406
4226

IV.

Amberg sowohl Stadt als Gericht bezahlte für das Jahr 1800 zum erstenmal an die Brandversicherungsgesellschaft 3556 fl. 12 Kr. 2 Pf.; Sulzbach hingegen 3442 fl. 21 Kr. 2 Pf. Um wie viel zahlte Amberg mehr als Sulzbach?

Ansatz und Berechnung:

	(60)	
3556 fl.	12 Kr.	2 Pf.
3442	21	2

Antw.: um 113 fl. 51 Kr. — Pf.

V.

Nach Augsburg führen von München 2 Strassen. Die eine über Dachau hält 17 Stunden 1711 Schuhe; die andre über Bruck 18 Stunden 6911 Schuhe; um wie viel ist es weiter über Bruck als über Dachau?

Ansatz und Berechnung:

18 St.	6911 Sch.
17 St.	1711 Sch.

Antw.: um 1 St. 5200 Sch.

VI.

Der Planet Merkur braucht zu seiner Umlaufszeit um die Sonne 87 Tage, 23 Stunden, 14 Minuten und 26 Sekunden; die Venus hingegen 224 Tage, 16 St., 41 M. und 32 Sek. Um wie viel länger braucht Venus als Merkur sich um die Sonne zu drehen?

Ansatz und Berechnung:

		(24)		
	224 T.	16 St.	41 M.	32 Sek.
	87	23	14	26
Antw. um	136 T.	17 St.	27 M.	6 Sek.

VII.

Der letzt verstorbene Kurfürst Karl Theodor wurde gebohren im Jahr 1724 den 11 Dec., und verblich 1799, den 16 Hornung; wie alt ist er geworden?

Ansatz und Berechnung:

	(12)	
1799 J.	2 M.	16 T.
1724	12	11
Antw. 74 Jahr	2 Monat	5 Tage.

VIII.

Die Flotte des ersten Weltumseglers Hernand Magellans lief 1519 den 10. August von Sevilla aus, und 1522 den 7. Sept. kam eines seiner Schiffe nach Spanien zurück; wie lange dauerte die erste Reise um die Welt?

Ansatz und Berechnung:

			(30)
	1522 J.	9 M.	7 T.
	1519	8	10
Antw.	3 Jahr.	— Monat.	27 Tage.

Aufgaben zur Selbstübung.

I.

Der Station Ampfing in Baiern wurde des russischen Rückmarsches wegen von 1799 vergütet:

a)	Für Brod	2443 fl.	15 Kr.	2 Pf.
b)	— Fleisch	531	21	—
c)	— Haber	3530	45	3
d)	— Heu	2311	31	—
e)	— Vorspann	697	7	2

Was beträgt diese Vergütung?

II.

Die 29 aus Wien wiedereroberten bairischen Kanonen, welche im Jahr 1806 den 2ten Jänner feyerlich nach München geführt wurden, hatten folgendes Gewicht:

1.	Adam	96 Zt.	90 ℔
2.	Eva	93	95
3.	Löwe	72	25
4.	Löwin	71	35
5	Ein andrer Löwe	96	57
6.	Löwin	66	—
7.	18pfünder	51	46
8.	— —	48	—
9.	— —	36	—
10.	— —	34	75

Die übrigen 19 Kanonen, welche aus 6= und 3pfündnern bestehen, hielten miteinander 302 Zt. 38 ℔. Welches Gewicht hatten sämmtliche Kanonen?

III.

Von München bis Freysing sind 8 St. 6998 bairische Sch., von Freysing bis Mosburg 4 St. 7782 Sch., von Mosburg bis

Landshut 5 St. 242 Sch., von Landshut bis Ergoltsbach 5 St. 3100 Sch., von Ergoltsbach bis Eggmühl 5 St. 5776 Sch.; von Eggmühl bis Regensburg 6 St. 8424 Sch. Wie lang ist die Poststrasse von München über diese Ortschaften nach Regensburg?

IV.

Um wie viel näher ist es von München nach Regensburg über Mainburg und Abensberg, als auf der Poststrasse über Landshut, da die erstere Route 31 Stunden und 4226 Schuh beträgt?

V.

Die Erde braucht zu ihrer Umlaufszeit um die Sonne bekanntlich 365 T. 5 St. 48 M. und 45 Sek.; Mars hingegen 686 T. 22 St. 18 M. und 27 Sek. Um wie viel braucht Mars länger als die Erde?

VI.

Die glorreich regierende Königin von Baiern Friederika Wilhelmina Karolina wurde gebohren den 13ten Jul. 1776, und vermählte sich den 9 März 1797; wie alt waren damals Höchstdieselbe?

VII.

Bonaparte, der ehmalige Kaiser der Franzosen, segelte den 12ten May 1798 aus Frankreich nach Egypten ab, und landete auf seiner Rückreise zu Ajaccio, seiner Vaterstadt, den 30sten Sept. 1799; wie lange hatte dieser Feldzug zur See gedauert?

Achter Abschnitt.

Von den gebrochnen Zahlen überhaupt.

§. 65. Begriff eines Zahlenbruches.

Ein Bruch ist ein Theil oder mehrere gleiche Theile eines Ganzen. So z. B. ist ein Zwölfer der fünfte Theil eines Gulden, 2 Zwölfer 2 fünfte Theile eines Gulden u. s. f.

§. 66. Wie viel Dinge muß man wissen, um den Werth eines Zahlenbruches schätzen zu können?

Nothwendig zwey Dinge. Erstens, in wie viel Theile das Ganze getheilt sey; zweytens, wie viel solche Theile der Bruch enthalte. — Daraus folgt von selbst, daß jeder Bruch durch zwey Zahlen ausgedrückt werden müsse. Eine nennt die Theile, ob es z. B. Viertel, Drittel oder Achtel u. dgl. sind, und heißt daher der Nenner; die andre spricht die Anzahl der Theile aus, die den Werth des Bruches bestimmen, und wird eben deßwegen der Zähler genennt.

§. 67. Gewöhnliche Stellung des Zählers und Nenners gegen einander.

So wie der Divisor gerne unter den Dividend gestellt wird, so setzt man auch in Anschreibung eines Bruches den Nenner unter den Zähler, und zieht einen kleinen Querstrich dazwischen. Z. B. $\frac{9}{16}$ Tagwerk, welches so viel heißt, daß ein Tagwerk in 16 gleiche Theile getheilt, und 9 solcher Theile genommen werden.

§. 68. Wovon hängt demnach der Werth eines Bruches ab?

Vom Zähler und Nenner zugleich; denn je grösser der Zähler und je kleiner der Nenner ist, desto größer ist der Werth des Bruches.

§. 69. Beweis, daß ein Bruch beym nämlichen Nenner mit dem Zähler wachse und abnehme.

Der Zähler zeigt an, wie viele Theile von bestimmter Größe den Werth des Bruches ausmachen. Je mehr es nun Theile sind, desto größer muß natürlich der Werth des Bruches seyn. Es ist also $\frac{4}{15}$ fl. halb so viel als $\frac{8}{15}$.

§. 70. Beweis, daß ein Bruch beym nämlichen Zähler wachse, wenn der Nenner abnimmt, und wechselsweise.

Der Nenner zeigt an, in wie viel Theile man sich das Ganze getheilt vorstellen müsse. In je mehr Theile aber etwas zerstückelt wird, desto kleiner fallen die Theile aus. Folglich wird auch der Werth eines Bruches desto kleiner seyn, je größer man den Nenner beym nämlichen Zähler macht. So z. B. hat der Bruch $\frac{3}{4}$ Ellen einen noch so grossen Werth als $\frac{3}{8}$. Es sind zwar überall 3 Theile, aber die Achtel sind nur halbe Viertel.

§. 71 Eintheilung der Brüche.

Man hat **eigentliche** und **uneigentliche** Brüche. Eigentlich sind sie, wenn die Theile zusammengenommen kein Ganzes ausmachen; uneigentlich, wenn sie ein Ganzes oder wohl gar noch mehr geben Z. E. $\frac{3}{3}$ Ellen, $\frac{7}{4}$ Pf. u. dgl.

§. 72. Woran man auf der Stelle die eigentlichen Brüche von den uneigentlichen wegkennen könne.

Man darf nur darauf sehen, ob der Zähler kleiner als der Nenner ist oder nicht. Im ersten Falle sind es allemal eigentliche Brüche. Denn das Ganze muß bey jedem Bruche in so viele Theile zerlegt gedacht werden, als viele Einheiten der Nenner enthält. Nun hat aber in unserm ersten Falle der Zähler nicht so viele Einheiten; folglich auch

der Bruch nicht so viele Theile, als zum Ganzen gehören.

§. 73. Wie kann aber ein Bruch mehrere Theile haben, als zu einem Ganzen gehören?

In solchen Fällen muß man sich einbilden, daß mehrere Ganze der nämlichen Art in gleich viele Theile zerlegt worden sind. Z. B. um $\frac{7}{4}$ fl. zu gedenken, darf ich mir nur vorstellen, es seyen 2 fl. in lauter Viertelsgulden getheilt worden. Von dem einen seyen nun alle 4 Viertel, vom andern hingegen noch 3 Viertel hinzugenommen, so hat man 7 Viertel, und der Bruch $\frac{7}{4}$ ist allerdings gedenkbar.

§. 74. Auf wie vielerley Art können Brüche vermehrt oder multiplicirt werden?

Auf zweyerley Art; entweder durch Vermehrung des Zählers oder durch Verminderung des Nenners. Denn je größer der Zähler oder je kleiner der Nenner gemacht wird, desto mehr wächst der Werth des Bruches. Z. E. es sollen $\frac{3}{8}$ Ellen zweymal genommen, das heißt durch 2 multiplicirt werden: so ist es gleichviel, ob $\frac{6}{8}$ oder $\frac{3}{4}$ als Produkt herauskömmt; weil jedes Viertel aus 2 halben Vierteln, d. i. aus 2 Achteln besteht.

§. 75. Auf wie vielerley Art können Brüche dividirt werden?

Kraft des Gegensatzes oder vielmehr Kraft der Natur der Brüche entweder durch die Division des Zählers, oder durch die Multiplikation des Nenners. Man soll etwa $\frac{4}{5}$ fl., d. i. 48 Kr., unter 2 Personen vertheilen. Es wird hier das nämliche erzielt, ich mag durch die Division des Zählers $\frac{2}{5}$, oder durch die Multiplikation des Nenners $\frac{4}{10}$ herausbringen. Denn der fünfte Theil eines Gulden ist 12 Kr., folglich 2 solche Fünftel 24 Kr.; so ist auch

der 10te Theil eines Gulden 6 Kr., und 4 solche Zehntel machen ebenfalls 24 Kr., als die Hälfte von $\frac{4}{5}$ fl.

§. 76. Zwey sehr anwendbare Folgesätze, die aus obiger Haupteigenschaft eines Bruches fließen.

I. Der Werth eines Bruches bleibt ungeändert, wenn sowohl der Zähler, als der Nenner desselben mit einer und der nämlichen Zahl multiplicirt wird. Denn was der Bruch durch die Multiplikation des Zählers gewinnt, gerade so viel verliert er wieder durch die Multiplikation des Nenners.

II. Der Werth eines Bruches wird nicht geändert, wenn sowohl der Zähler, als der Nenner mit einer und der nämlichen Zahl dividirt wird. Denn um was der Bruch durch die Division des Zählers kleiner wird, um das wird er durch die Division des Nenners wieder größer.

Der erste Satz hat seinen Nutzen bey der Addition und Subtraktion der Brüche von ungleichen Nennern; der zweyte bey der Abkürzung großzahlichter Brüche, ohne ihren Werth zu ändern.

Neunter Abschnitt.

Von Abkürzung der Brüche.

§. 77. Was man unter Abkürzung oder Verkleinerung der Brüche verstehe.

Es ist dieß eine Behandlung der Brüche, wodurch ihnen eine kleinere Gestalt gegeben wird, ohne daß ihr Werth dabey leidet. Z. B. wenn der Bruch

$\frac{6}{8}$ durch $\frac{3}{4}$ ausgedrückt wird. Allemal geht dieß aber nicht an.

§. 78. Wann können Brüche abgekürzt werden?

Wenn sich eine Zahl ausfindig machen läßt, wodurch sowohl der Zähler als der Nenner ohne Rest dividirt werden kann. Z. B. $\frac{8}{12}$, hier ist sowohl 8 als 12 durch 4 ohne Rest theilbar, und so giebt die Abkürzung $\frac{2}{3}$.

§. 79. Beweis, daß dadurch der Werth des Bruches nicht im Geringsten geändert werde.

Was der Bruch durch die Division des Zählers verliert, gerade das gewinnt er wieder durch die Division des Nenners. Der Bruch $\frac{8}{12}$ bekam zwar durch die Division mit 4 in den Zähler einen viermal kleinern Werth, aber die Theile wurden zugleich auch durch die Division des Nenners viermal größer, weil jetzt nur noch 3 Theile aus dem Ganzen gemacht werden dürfen, da es zuvor 12 Theile werden mußten.

§. 80. Nutzen, der aus den Abkürzungen der Brüche hervorgeht.

Der Nutzen ist doppelt; denn fürs erste läßt sichs mit kleinern Brüchen bequemer rechnen, als mit großen; zweytens kann der Werth kleiner Brüche leichter aus dem Anblicke derselben erkannt werden, als der der großen. Wer weiß z. B. gleich, was $\frac{21}{35}$ Zentner in Pfunden geben? Sobald aber mit 7 unten und oben abgekürzt wird, und dadurch $\frac{3}{5}$ erscheint, macht Jeder den leichten Schluß: Der fünfte Theil eines Zentners ist 20 ℔; also geben 3 solche Theile 60 ℔.

§. 81. Einige praktische Regeln, mittels derer man in den meisten Fällen erkennen kann, wodurch ein gegebener Bruch sich abkürzen läßt.

a) Wenn die Endziffer sowohl des Zählers als des Nenners gerade ist, nämlich 2, 4, 6, 8 oder 0: so kann der Bruch allemal durch 2 abgekürzt werden. Z. B.:

$$\frac{96}{122} \overset{(2}{=} \frac{48}{61}$$

oder:

$$\frac{18}{70} \overset{(2}{=} \frac{9}{35}$$

b) Wenn die Endziffer überall ein oder mehrere Nullen sind, so können im Zähler und Nenner zur Rechten gleich viele weggeschnitten werden; weil das Zifferwegschneiden am Ende einer Zahl so viel bewirkt, als die Division durch 10, 100 oder 1000 u. s. w. Z. B.

$$\frac{700}{2000} \overset{(100}{=} \frac{7}{20}$$

c) Ist das Endziffer überall 5, oder einmal 5 und einmal 0, so ist es ein sicheres Zeichen, daß der ganze Bruch durch 5 abgekürzt werden könne. Z. B.:

$$\frac{15}{65} \overset{(5}{=} \frac{3}{13}$$

oder:

$$\frac{20}{75} \overset{(5}{=} \frac{4}{15}$$

d) Man betrachte alle Ziffer des Zählers und Nenners so, als wenn sie in der Stelle der Einheit stünden, und addire sie überall zusammen. Kann nun die Summe sowohl des Zählers als des Nenners durch 3 ohne Rest getheilt werden, so geht die Aufhebung durch 3 ebenfalls von statten. Z. B.

$$\frac{1224}{5709} \overset{(3}{=} \frac{408}{1903}$$

Um sich das Addiren der Ziffern zu erleichtern, brauchen 3, 6, 9 eben nicht mitgezählt zu werden, weil sie Vielfache von 3 sind, die die aufgehenden Divisionen nicht hindern.

e) Geht keiner von diesen 4 Versuchen an, so theile man den Nenner durch den Zähler; geht die Division auf, so ist der Zähler selbst die Aufhebungszahl. Z. B.

$$\frac{29}{203} \qquad \begin{array}{r|l} 203 & 7 \\ 29 & \\ \hline 203 & \\ \hline — & \end{array}$$

Folglich

$$\frac{29}{203} \overset{(29}{=} \frac{1}{7}$$

Geht die Division nicht auf, so theile man den Divisor auf ein neues durch den Rest. Im Fall hier das Aufgehen erfolgt, so ist der letztere Divisor die Aufhebungszahl. Z. E.:

$$\frac{124}{279}$$

```
279|2    124|4
124|      31|
248      124
---      ---
 31       —
```

Folglich $\frac{124}{279} \overset{(31}{=} \frac{4}{9}$

Soll jähling die Division noch nicht aufgehen, und man möchte sich doch gerne überzeugen, ob sich der gegebne Bruch durch gar keine Zahl heben läßt, so fahre man so lange fort, den Divisor durch den Rest zu dividiren, bis die Division aufgeht. Der letzte Divisor ist allemal die Aufhebungszahl. Kömmt am Ende 1 als Rest heraus, so ist es ein untrügliches Zeichen, daß sich der Bruch auf keine Weise verkleinern lasse. Man versinnliche diese Erklärung durch den Bruch $\frac{14573}{26904}$:

```
26904|1      14573|1      12331|5
14573        12331         2242
-----        -----        11210
12331         2242        -----
                           1121

2242|2
1121|
2242
----
   0
```

Folglich $\frac{14573}{26904} \overset{(1121}{=} \frac{13}{24}$

Der Grund dieses Verfahrens läßt sich am deutlichsten in der Algebra, oder vielmehr in der höhern Arithmetik geben. Ich begnüge mich hier, die Sache bloß praktisch gezeigt zu haben.

Beyspiele von Abkürzung der Brüche.

I.

Die Polizey in München hat gefunden, daß 1 Maaß Essig (bairisches Maaß und Gewicht) $1\frac{28}{32}$ Pfund hält; wie heißt dieses Resultat nach der Abkürzung?

Behandlung:

$$\frac{28}{32} \stackrel{(4}{=} \frac{7}{8}$$

Antwort: $1\frac{7}{8}$ ℔.

II.

Die bairische Elle hält 2 Schuh und $10\frac{3}{9}$ Zoll; wie kann dieser Bruch kürzer gegeben werden?

Behandlung:

$$\frac{3}{9} \stackrel{(3}{=} \frac{1}{3}$$

Man kann also füglicher sagen 2 Schuh $10\frac{1}{3}$ Zoll.

III.

Im Jahre 1455 kosteten in Sachsen ein Paar neue Schuh nach unserm Gelde $23\frac{25}{40}$ Kr.; wie heißt dieser Bruch nach der Abkürzung?

Behandlung:

$$\frac{25}{40} \stackrel{(5}{=} \frac{5}{8}$$

Folglich sagt man besser $23\frac{5}{8}$ Kr.

IV.

Des Mondes Durchmesser ist $\frac{300}{1100}$ des Durchmessers unsrer Erde; wodurch kann dieser Bruch eine kürzere Gestalt erhalten? Antw.: durch Wegschneidung der beyden Nullen überall, und man hat noch $\frac{3}{11}$ Erddurchmesser.

V.

Nach einer polizeylichen Untersuchung ergab es sich, daß das Gewicht der grünen Haut eines

geschlachteten Ochsen mit den Hörnern der $\frac{23}{322}$ Theil vom ganzen Gewicht des lebendigen Ochsen sey. Kann dieser Bruch nicht kürzer gegeben werden?

Behandlung:

$$\begin{array}{r|l} 322 & 14 \\ 23 & \\ \hline 92 & \\ 23 & \\ 92 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad \text{Folglich } \frac{23}{322} \overset{(23}{=} \frac{1}{14}$$

VI.

Erfahrungen bey Schanzarbeiten geben das Resultat, daß man auf einen Schubkarren $\frac{318}{371}$ rheinländische Kubikschuh Erde rechnen dürfe. Man versuche es, diesen Bruch kürzer auszudrücken.

Behandlung:

$$\begin{array}{r|l} 371 & 1 \\ 318 & \\ \hline 53 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 318 & 6 \\ 53 & \\ 318 & \\ \hline 0 & \end{array} \qquad \text{Daher } \frac{318}{371} \overset{(53}{=} \frac{6}{7}$$

Beyspiele zur Selbstübung in der Bruchabkürzung.

I.

Das deutsche Apothekerpfund hält sehr nahe $\frac{28}{44}$ eines bairischen Pfundes; was giebt dieß für einen Bruch nach angewandter Abkürzung?

II.

Im Jahr 1450 kaufte man in Sachsen ein Schock Eyer (60 Stück) für $5\frac{10}{40}$ Kr.; wie kann dieser Bruch kürzer ausgedrückt werden?

III.

Das Silber hat gewöhnlich den $\frac{5}{75}$ Theil des Werthes vom Golde. Man gebe diesen Bruch kürzer.

IV.

Der Durchmesser des Planeten Merkur ist $\frac{33}{81}$ des Durchmessers der Erde; wodurch läßt sich dieser Bruch abkürzen?

V.

Beym Schlachten eines Ochsen darf, Versuchen zufolge, das Wasser und Koth auf den $\frac{43}{215}$ Theil des Gewichts vom ganzen lebenden Ochsen geschätzt werden. Der Bruch verstattet eine ziemliche Abkürzung.

VI.

Hieher gehören auch die Brüche, die oben bey den Divisionsbeyspielen an die Quotienten ohne Abkürzung angehängt wurden.

Zehnter Abschnitt.

Von Auflösung der Brüche in ganze Zahlen.

§. 82. Was wird durch diese Behandlung der Brüche erzielt?

Es wird der Werth eines Bruches in Einheiten einer niedern Abtheilung ausgedrückt, z. B. der Werth eines Guldenbruches in Kreuzern, der eines Zentnerbruches in Pfunden u. s. w.

§. 83. In welchen Fällen dieß angeht.

Es können nur solche Brüche aufgelöst werden, deren Einheiten noch eine Abtheilung verstatten:

Die Elle z. B. hat keine Abtheilung wie das Pfund, folglich müssen die Brüche $\frac{1}{3}$ Elle, $\frac{3}{4}$ Ellen u. dgl. nothwendig unaufgelöst bleiben. So sind auch die Hellerbrüche bey Geldrechnungen keiner fernern Auflösung mehr fähig.

§. 84. Wirkliches Verfahren bey Auflösung der Brüche.

Man drückt den Zähler des Bruches in Einheiten der nächst niedrigen Abtheilung aus, welches durch die Multiplikation geschieht, und dividirt das Produkt durch den Nenner. Z. B. was beträgt $\frac{5}{8}$ ℔. in Lothen? Weil das Pfund bekanntlich in 32 Loth abgetheilt wird, so halten 5 Pfund, die sich als Pfund durch 8 nicht dividiren lassen, $5 \times 32 = 160$ Loth; dieß durch 8 dividirt, giebt 20 Loth, als den Werth des befraglichen Pfundbruches.

§. 85. Wie aber, wenn auch nach der Multiplikation des Zählers durch den Nenner noch nicht dividirt werden kann?

Entweder hat in solchen Fällen noch eine fernere Unterabtheilung Statt oder nicht. Geht das Erste an, so multiplicire man noch weiter fort; wo nicht, dann lasse man den Bruch unaufgelöst. Z. B. $\frac{3}{200}$ fl. kann nicht in Kreuzern gegeben werden, weil $3 \times 60 = 180$ sich durch 200 nicht theilen läßt. Multiplicirt man aber noch durch 4, so erhält man 720, und die Division giebt $3\frac{3}{5}$ Pfennig. Wäre aber $\frac{3}{200}$ ein Eimerbruch, so müßte er stehen bleiben, weil die Maaß keine eigentliche Unterabtheilung mehr verstattet, als Halbe-, Viertels- und Achtelstheile, welches ohnehin schon Brüche von der Maaß sind.

Beyspiele zur Auflösung der Brüche.

I.

Die kölnische Mark ist allernächstens $\frac{5}{12}$ des bairischen Pfundes, wie viele bairische Loth hält demnach dieses gewöhnliche Silbergewicht?

Berechnung:

$\frac{5}{12}$

32 (4
5
160 | $13\frac{1}{3}$ Loth.
120
40
12
36
4

II.

Die Anzahl der Einwohner in Regensburg beläuft sich auf 22110 Seelen, worunter $\frac{2}{3}$ katholisch sind; wie viele Katholiken mögen also in dieser Stadt seyn?

Berechnung:

$\frac{2}{3}$

22110
121 2
44220 | 14740 Katholiken.
3333

III.

Die Achtpfünder der französischen Kanonen bekommen eine Pulverladung, die $\frac{5}{16}$ vom Gewicht

der Kugel beträgt; wie viel Pfund Pulver macht dieß?

Berechnung:

```
 5         8 (8
──         5 |
16        ── |
          40 | 2½ ℔.
          16
          32
          ──
           8
```

IV.

Jemand verschreibt sich aus Traunstein $\frac{5}{36}$ Pfund Salz; wie viel Scheiben sind dieß, da auf das Salzpfund 240 Scheiben gerechnet werden?

Berechnung:

```
 5        240 (12
──          5 |
36       ──── |
         1200 | 33⅓ Scheiben.
           36
          108
         ────
          120
           36
          108
         ────
           12
```

V.

Auf ein bairisches Pfund gehen $19\frac{3}{25}$ Kronenthaler, was beträgt dieser Bruch in der gewöhnlichen Scheidemünze?

Berechnung:

```
 3        2 fl. 42 Kr.
---       60
25        ---
          162
            3
          ---
          486 | 19 Kr.
          25  |
          ---
          236
           25
          225
          ---
           11
            4
          ---
           44 | 1 19/25 Pf.
           25 |
           19
```

VI.

Von München bis Dachau sind auf der Strasse $2\frac{24}{79}$ Meilen; was beträgt dieser Bruch in bairischen Schuhen, da 25406 derselben auf die Chausseemeile gehen?

Berechnung:

```
24        25406
---          24
79        ------
          101624
          50812
          ------
          609744 | 7718 bis 7719 bairische Schuhe.
           79    |
           553
           ---
           567
            79
           553
           ---
           144
            79
           ---
           654
            79
           612
           ---
            42
```

Beispiele zur Selbstübung in Auflösung der Brüche.

I.

Das teutsche Apothekerpfund hält im bairischen Gewichte sehr nahe $\frac{7}{11}$ ℔; wie viel giebt dieß bairische Loth?

II.

Das Herzogthum Berg zählt 267500 Einwohner, wovon $\frac{1}{4}$, oder noch näher $\frac{32}{129}$ evangelischer Religion sind; aus wie viel Köpfen besteht diese Gemeinde?

III.

Die Dreypfünder der österreichischen Kanonen erhalten eine Ladung die $\frac{7}{27}$ des Gewichts der Kugel ausmacht; wie viele Loth Pulver sind das?

IV.

Das Pfund Taufelholz für Bötticher enthält 240 Taufel und 16 ganze Böden. Jemand nimmt $\frac{7}{16}$ Pfund wie viel Stück erhält er überall?

V.

Die Stadt Moskau hat 23 russische Wersten im Umfange; wie viel sind dieß deutsche Meilen, da 1 russische Werste $\frac{15}{104}$ deutsche Meile beträgt?

VI.

Von München bis Freysing sind auf der Straße $4\frac{11}{40}$ deutsche Meilen; wie viel bairische Schuh beträgt dieser Bruch, da bekannlich 25406 bairische Schuh eine bairische Meile machen?

Eilfter Abschnitt.

Von Verwandlung der Unterabtheilungszahlen in Brüche einer höhern Abtheilung.

§. 86. Welcher Begriff mit diesem Geschäfte verbunden werden müsse?

Man versteht darunter ein Verfahren, wodurch ganze oder gemischte Zahlen als Brüche von irgend einer höhern Benennung dargestell' werden. Wenn z. B. Jemand die ganze Zahl 24 Kr. in einen Guldenbruch verwandelt wissen wollte, so dürfte er nur $\frac{2}{5}$ fl. dafür setzen; weil, wenn $\frac{2}{5}$ fl. in Kreutzern aufgelöset werden, wieder 24 Kr. zum Vorschein kommen, folglich ist 24 Kr. $= \frac{2}{5}$ fl.

§. 87. Wie wird dieß allgemein bewerkstelliget?

Wenn man eine niedere Abtheilung in eine höhere verwandeln will, so muß natürlich durch die Anzahl der Einheiten, die auf eine Einheit der höheren Abtheilung gehen, dividirt werden. Ist nun der Divisor größer als der Dividend, oder geht die Division nicht völlig auf, so wird das Resultat bruchartig angeschrieben, und wenn es thunlich ist, nach den bereits gegebnen Regeln abgekürzt. — So gieng es im vorigen Beispiele mit 24 Kr. Die Division durch 60 giebt den Bruch $\frac{24}{60}$ fl., und die Abkürzung durch 12 endlich $\frac{2}{5}$ fl. Als ein Exempel von der Art, wo die Division nicht aufgeht, nehme man 48 Loth, und es entwickelt sich der uneigentliche Pfundbruch:

$$\frac{48}{32}\,(8 = \frac{6}{4}\,(2 = \frac{3}{2} \text{ ℔.}$$

§. 88. Wie können aber mehrere Unterabtheilungen zugleich in einen einzigen Bruch gebracht werden?

Man verwandle sie durch Multiplikation und Addition in die gegebne niedrigste Unterabtheilung, und dividire die erhaltne Summe durch so viele Einheiten, als von der niedrigsten Abtheilung auf diejenige gehen, in der der Bruch ausgedrückt werden soll. Z. B. 2 fl. 25 Kr. 2 Pf. sollen in einen Guldenbruch gegeben werden. Man multiplicirt die 2 fl. durch 60, und addirt zum Produkte 25, so kommen 145 Kr.; diese mit vier multiplicirt und 2 dazu addirt, giebt 582 Pf. Weil nun der Gulden 60 Kr. 4 = 240 Pfennige hat, so wird der Divisor 240 als Nenner unter obige Summe 582 gestellt, und man bekömmt

$$\frac{582}{240} \overset{(6}{=} \frac{97}{40} \text{ fl.}$$

Ein andres Exempel. Was giebt 1 fl. 25 Kr. für einen Bruch aus dem Laubthaler?

Man findet durch eine leichte Multiplikation, daß der Laubthaler 165 Kr. hält. Nun ist 1 fl. 25 Kr. = 85 Kr.; daher der Bruch

$$\frac{85}{165} \overset{5)}{=} \frac{17}{33} \text{ Laubthaler.}$$

§. 89. Noch eine Anwendung dieses Artikels.

Hieher scheint auch das Verfahren zu gehören, wie jeder ganzen Zahl unbedingt die Bruchform ertheilt werden kann, ein Umstand, der in manchen Fällen oft sehr erwünscht ist. Man darf die gegebne Zahl nur unterstreichen, und die Einheit als Nenner darunter stellen. Z. B.

$$8 = \frac{8}{1}.$$

Denn die Division durch 1 bringt keine Aenderung im Dividend hervor, und doch bekömmt der Ausdruck eine Bruchgestalt.

Beyspiele von Verwandlung der Zahlen in Brüche.

I.

Der französische Laubthaler ist 614 holländische Asen schwer; was giebt dieß für einen Pfundbruch, da bekanntlich 11682 Asen auf ein bairisches Pfund gehen?

Behandlung:

$$\frac{614}{11682} \overset{2)}{=} \frac{307}{5841} \text{ ℔.}$$

II.

Der Mond vollendet seinen Lauf um die Erde in 27 Tagen, 7 Stunden, 43 Minuten und 5 Sekunden; wie läßt sich diese Umlaufszeit in einen gemeinen Jahrbruch ausdrücken?

Behandlung:

365	27 T. 7 St. 43 M. 5 Sek.
24	24
1460	115
730	54
8760	655
60	60
525600	39343
60	60
31536000	2360585

$$\frac{2360585}{31536000} \overset{5)}{=} \frac{472117}{6307200} \text{ Jahr.}$$

III.

Die bairische Maaß hält $74\frac{38}{125}$ Kubikzoll; was ist dieß für ein Bruch von einem Kubikfuße, der bekanntlich 1728 Kubikzoll hält?

Behandlung:

$$\begin{array}{r} 1728 \\ 125 \\ \hline 8640 \\ 3456 \\ 1728 \\ \hline 216000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 125 \\ 74 \\ \hline 508 \\ 878 \\ \hline 9288 \end{array} \quad 38$$

$$\frac{9288}{216000} \overset{(4}{=} \frac{2322}{54000} \overset{(2}{=} \frac{1161}{27000} \overset{(3}{=} \frac{387}{9000}$$

$$\overset{3}{=} \frac{129}{3000} \overset{3}{=} \frac{43}{1000} \text{ Kubikfuß.}$$

IV.

Der bairische Schuh hält $129\frac{19}{50}$ Pariserzoll; was giebt der bairische Fuß für einen Bruch vom Pariserfuß?

Behandlung:

$$\begin{array}{r} 12 \\ 12 \\ \hline 24 \\ 12 \\ \hline 144 \\ 50 \\ \hline 7200 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 129 \\ 50 \\ \hline 6469 \end{array} \quad 19$$

Folglich $\frac{6469}{7200}$ Pariserfuß.

V.

Eine bairische Maaß Brunnenwasser wiegt 1 ℔, 29 Loth, 2 Quintl, 1 Pfenninggewicht und 10 Gran; was giebt dieß neben dem ganzen Pfund noch für einen Pfundbruch?

Behandlung:

32	29 L. 2 Q. 1 Pfg. 10 Gr.
4	14
128	116
4	4
512	465
15	15
2560	2335
512	465
7680	6985

Folglich $\frac{6985}{7680} \overset{5}{=} \frac{1397}{1536}$ ℔.

Wollte man das ganze Pfund auch noch damit vereinbaren, so gäbe dieß

$$1\,\frac{1397}{1536} = \frac{2933}{1536}\text{ ℔.}$$

Beyspiele zur Uebung der Verwandlung der Zahlen in Brüche.

I.

Ein Conventionsthaler wiegt 584 holländische Asen; wie läßt sich dieß in einem Pfundbruch geben?

II.

Ein französischer Livre gilt nach unserm Gelde 27 Kr. 2 Pf.; was ist dieß für ein Bruch von einem Laubthaler?

III.

Das eigentliche Sonnenjahr übertrifft das bürgerliche um fünf Stunden, 48 Minuten, $45\frac{1}{2}$ Sekunden; wie drückt man dieß in einem Tagbruch aus?

IV.

Die königliche Residenzstadt München nimmt nach den neuesten Messungen einen Raum von 273 Morgen ein; was ist dieß für ein Bruch von einer Quadratmeile, da auf die bairische Quadratmeile allernächstens 16137 Morgen gehen?

V.

Die Copecke (eine russische Münze) gilt in unserm Gelde 1 Kr. 2 Pf. 1 Hl. Man drücke dieß in einem Guldenbruche aus.

Zwölfter Abschnitt.

Von Abkürzung der Brüche durch Annäherung.

§. 90. Wann man sich dieser Abkürzungsart bedienen könne?

Es giebt im bürgerlichen Leben manchmal Fälle, wo im Rechnen eben keine sonderliche Schärfe erfodert wird, und doch oft Brüche von ungeheuren Zahlen zum Vorschein kommen, die sich durch die eben gegebnen Regeln auf keine Weise abkürzen lassen. Man begnügt sich hier gerne mit Brüchen von kleinern Zahlen, wodurch zwar der Werth nicht vollkommen der nämliche bleibt, aber auch nicht merklich von der Wahrheit abweicht.

§ 91. Methode, dieß zu leisten.

Man dividire wieder wie vorher den Nenner durch den Zähler, den Zähler durch den Rest, den

Rest durch den neuen Rest u. s. f., und merke sich die Quotienten. Der erste Bruch, von dem man ausgeht, um zur Annäherung des wahren Werthes zu gelangen, kann durch $\frac{0}{1}$ vorgestellt werden, weil doch so viel gewiß ist, daß der wahre Werth zwischen 0 und 1 fällt. Nun wird der erste Quotient so damit verbunden, daß der Nenner zum Zähler und der Quotient zum neuen Nenner wird. Dieß ist nun der zweite Bruch. Mit dem zweiten Quotienten wird Nenner und Zähler des zweiten Bruches multiplicirt, und Nenner und Zähler des ersten Bruches dazu addirt. Mit dem dritten Quotienten wird Nenner und Zähler des dritten Bruches multiplicirt, und Nenner und Zähler des zweyten Bruches dazu addirt. So geht die Rechnung immer fort, bis man sie irgendwo abbricht. Gemeiniglich geschieht dieß beym dritten oder vierten Bruch, der nur um eine höchst unbedeutende Kleinigkeit vom wahren Werthe unterschieden ist, besonders wenn der Quotient, mit dem man multiplicirt hat, einen sehr kleinen Rest hat. Man versinnliche dieß Verfahren mit dem Bruch $\frac{1213}{12703}$ ℔.

12703	10	1213	2	573	8
1213		573		67	
573		1146		536	
		67		37	

$\frac{0}{1}, \frac{1}{10}, \frac{2}{21}, \frac{17}{178}$ u. s. f.

Hier ist $\frac{2}{21}$ um keinen Gran von dem wahren Werthe unterschieden, wie man sich durch eine leichte Rechnung überzeugen kann. Man ist daher befugt, bey Rechnungen, die keine zu große Genauigkeit erhei-

schen, statt $\frac{1213}{12703}$ den Bruch $\frac{2}{21}$ zu setzen. Ungleich genauer ist noch der vierte Bruch $\frac{17}{178}$.

§. 92. Wo leistet diese Abkürzungsart vorzüglich gute Dienste?

Bey Verwandlung fremder Maase und Gewichte in die unsrigen, und wechselsweise, ist diese Methode besonders zu empfehlen. Man weiß z. B. daß das kölnische Pfund 9740, und das bairische Pfund 11682 holländische Asen halte. Es ist demnach das Kölnerpfund ein Bruch des bairischen Pfundes, der die Gestalt hat: $\frac{9740}{11682}$, oder nach der Abkürzung durch 2 diese: $\frac{4870}{5841}$. Man suche einen geschmeidigern Ausdruck.

```
5841 | 1      4870 | 5      971 | 64
4870 |         971 |         15 |
----         4855           90
 971         ----           --
               15           71
                            15
                            60
                            --
                            11
```

$$\frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{5}{6}, \frac{321}{385} \ldots$$

Es ist demnach 1 Kölnerpfund sehr nahe $\frac{5}{6}$ vom Münchnerpfund, noch näher aber $\frac{321}{385}$. Und wirklich begnügt man sich in der Münzstätte mit dem Verhältniß $\frac{5}{6}$, und sagt durchgehends: 6 Kölnerpfunde geben 5 Münchnerpfunde.

Beyspiele von Abkürzung der Brüche durch die Annäherungsmethode.

I.

Theilt man den Pariserfuß in 14400 gleiche Theile, so hat der bairische Schuh 12938 derselben.

Es ist demnach der bairische Schuh $\frac{12938}{14400}$, oder nach der Abkürzung durch 2 noch immer $\frac{6469}{7200}$ Pariserfuß. Wie läßt sich dieser Bruch kürzer ausdrücken, ohne seinem Werthe zu nahe zu treten?

Stellung des Kalkuls.

7200 | 1	6469 | 8	731 | 1	621 | 5
6469 |	731 |	621 |	110 |
731	5848	110	550
	621		71

$\frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{8}{9}, \frac{9}{10}, \frac{53}{59} \ldots$

Man kann daher behaupten, daß der bairische Schuh allernächstens $\frac{9}{10}$ Pariserfuß sey, oder was auf eins hinausläuft, daß 9 Pariserfuß 10 bairische geben.

II.

Der Peißenberg in Oberbaiern, der der höchste bewohnte Ort im Lande ist, mißt in seiner senkrechten Höhe 12170 Pariserfuß. Was giebt dieß ungefähr für einen Meilenbruch, da 22826 Pariserfuß auf eine bairische Meile gerechnet werden?

Stellung des Kalkus:

22826 | 18	1217 | 1	920 | 3	297 | 10
2217 |	920 |	297 |	29 |
10656	297	891	
1217		29	
9736			
920			

$\frac{0}{1}, \frac{1}{18}, \frac{1}{19}, \frac{4}{75}, \frac{41}{759} \ldots$

Man darf also mit Grund sagen, daß der Peißenberg $\frac{1}{19}$ Meile hoch sey.

III.

Noch im Jahre 1805 besaß die österreichische Monarchie einen Staat von $11962\frac{1}{2}$, Preußen hingegen 6512 Quadratmeilen; welchen Theil machen diese letztern von den erstern aus?

Stellung des Kalkuls:

$$\frac{6512}{11962\frac{1}{2}} \overset{(\times 2}{=} \frac{13024}{23925}$$

$$\begin{array}{r|l} 23925 & 1 \\ 13024 & \\ \hline 10901 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 13024 & 1 \\ 10901 & \\ \hline 2123 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 10901 & 5 \\ 2123 & \\ 10615 & \\ \hline 286 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 2123 & 8 \\ 286 & \\ 2288 & \end{array}$$

$$\frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{6}{11}, \frac{49}{90} \ldots$$

Preußens Länderinhalt war demnach sehr nahe $\frac{6}{11}$, oder wenn man noch mehr Genauigkeit verlangt, $\frac{49}{90}$ von Oesterreichs seinen.

IV.

Der Marjosephsplatz in München, wo ehemals das Franziskanerkloster und das Riblerreglhaus gestanden hatte, begreift 217440 bairische Quadratschuh; die Stadt München selbst hingegen 273 bairische Morgen oder 10920000 Quadratfuß; der wievielte Theil ist obiger Platz vom Flächeninhalt der ganzen Stadt?

Stellung des Kalkuls:

10920000 | 50   21744 | 4   4800 | 2
21744 0 | 4800 | 2544 |
108720   19200
4800   2544

$$\frac{0}{1},\ \frac{1}{50},\ \frac{4}{201},\ \frac{9}{452}\ \ldots$$

Man darf sich hier schon mit dem Bruch $\frac{1}{50}$ begnügen, und behaupten, daß dieser große Platz den funfzigsten Theil von der Stadt München einnimmt.

V.

Bekanntlich ist die Erde keine wahre Kugel; weil die Entfernung der beiden Pole von einander, oder die eigentliche Achse, größer ist als der Durchmesser des Aequators. Erstere ist demnach ein Bruch vom letztern, der die Gestalt hat: $\frac{14061}{14137}$. Man soll diesem Bruch eine geschmeidigere Gestalt ertheilen, ohne von der Wahrheit viel abzuweichen.

Stellung des Kalkuls:

14137 | 1   14061 | 185
14061 | 76 |
76   646
76
608
381
76
308
1.

Folglich $\frac{0}{1},\ \frac{1}{1},\ \frac{185}{186}\ \ldots$

Das heißt, die Achse ist allernächstens ein $\frac{185}{186}$ Durchmesser.

Beyspiele zur Selbstübung in der Abkürzung der Brüche durch Annäherung.

I.

Theilt man den rheinländischen Fuß in 13913 gleiche Theile, so treffen auf den bairischen Fuß 12938 derselben. Es ist demnach der bairische Schuh nichts anders als $\frac{12938}{13913}$ des rheinischen. Wie läßt sich dieser Bruch ohne merklichen Fehler kürzer ausdrücken?

II.

Watzmann, der höchste Berg in Berchtesgaden, der mit ewigem Schnee und Eis bedeckt ist, hält 8808 Pariserfuß in seiner senkrechten Höhe; Man drücke diese Höhe in einen Meilenbruch aus, da, wie schon oben gesagt worden, die bairische Meile 22826 französische Schuh hält.

III.

Im Jahre 1805 betrugen die sämmtlichen Besitzungen Frankreichs 3200 Quadratmeilen; die von England hingegen 5930; welchen Theil macht die französische Monarchie von der englischen aus?

IV.

Die jährliche Laufbahn der Erde um die Sonne ist kein Kreis, sondern eine eyförmige Linie von 2 verschiedenen Achsen. Die kleinere Achse läßt sich durch folgenden Bruch von der größern ausdrücken: $\frac{198952}{199000}$. Man soll ihm ein geschmeidigeres Aussehen verschaffen.

Dreyzehnter Abschnitt.

Von der Addition der Brüche.

§. 93. Hauptbedingung, unter welche sich Brüche addiren lassen.

Um Brüche in eine Summe bringen zu können, wird schlechterdings erfodert, daß ihre Nenner alle gleich sind. Man addirt dann bloß die Zähler, und stellt den herrschenden Nenner unter die Summe hin. Denn die Nenner sind die Namen der Zahlen, die die Zähler vorstellen. Nun können aber, gemäß des Gesetzes der Gleichartigkeit nur solche Zahlen addirt werden, die gleiche Benennung haben, also auch nur solche Brüche, die mit gleichen Nennern versehen sind. — Es geben also z. B. die Kreuzerbrüche: $\frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{5}{8} + \frac{7}{8}$ sehr natürlich $\frac{16}{8} = 2$ Kreutzer, weil man die Addition auch so stellen könnte;

1 Achtl oder Heller
3
5
7
16 Achtl oder Heller, die 2 Kreutzer geben.

§. 94. Wie können aber die Nenner, im Fall sie verschieden sind, gleich gemacht werden?

Dieß kann mittels jener Haupteigenschaft der Brüche, daß man Nenner und Zähler mit gleichen Zahlen ohne Nachtheil multipliciren dürfe, allemal geleistet werden. Man darf nur Nenner und Zähler eines jeden Bruches mit den Nennern aller übrigen Brüche multipliciren, so wird fürs erste

der Werth der Brüche nicht geändert; fürs zweyte bekommen alle Brüche den nämlichen Nenner, weil bey der Multiplikation der Nenner sich immer einerley Faktoren einfinden, nämlich die sämmtlichen Nenner. Folgendes Beyspiel mag alles das anschaulich machen.

Man hat von einer gewissen Waare $\frac{4}{7}$ Zentner, $\frac{3}{8}$ Zt. und $\frac{5}{9}$ Zt. vorräthig; was macht dieß zusammen?

Bearbeitung:

Der erste Bruch $\frac{4}{7}$ bekömmt die Faktoren 8 und 9; daher

$$\frac{4 \times 8 \times 9}{7 \times 8 \times 9} = \frac{207}{504}.$$

Der zweyte Bruch $\frac{3}{8}$ erhält zu Faktoren 7 und 9; folglich

$$\frac{3 \times 7 \times 9}{8 \times 7 \times 9} = \frac{189}{504}.$$

Der dritte Bruch $\frac{5}{9}$ hat die Faktoren 7 und 8; mithin

$$\frac{5 \times 7 \times 8}{9 \times 7 \times 8} = \frac{280}{504}.$$

Es haben sich demnach die obigen 3 gegebnen Brüche $\frac{4}{7} + \frac{3}{8} + \frac{5}{9}$ in diese verwandelt:

$$\frac{207}{504} + \frac{189}{504} + \frac{280}{504},$$

die sich nun leicht addiren lassen.

```
 207
 189
 280(4
 ----
 676 | 1 43/126 Zentner.
 504 |
 ----
 172
```

Es mögen nun so viele Brüche seyn als es wollen, auf diese Art lassen sich allemal gleiche Nenner herstellen. Z. B.:

In einer Hofmark befinden sich folgende Bauerschaften: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{11}{12}$ und $\frac{13}{16}$ Höfe; was machen sie im Ganzen?

Bearbeitung:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \frac{8}{9} + \frac{11}{12} + \frac{13}{16}$$

```
   995328
  1327104
  1492992
  1658880
  1741824
  1769472
  1824768
  1617408 [13824]
 --------
 12427776  | 6 35/144 Höfe.
  1990656  |
 11943936  |
 --------
   483840
```

§. 95. Kürzere Methode, gleiche Nenner herzustellen.

In Fällen, wo sich zwey oder mehrere Nenner durch irgend eine gemeinschaftliche Zahl ohne Rest

theilen lassen, können dieselben, so oft es angeht, weggestrichen, und ihre Quotienten dafür hingesetzt werden. Lassen diese Quotienten unter sich, oder mit andern Nennern eine ähnliche Theilung vornehmen, so darf es ebenfalls geschehen. Am Ende werden die Reste mit den Divisoren multiplicirt, und das Produkt giebt den allgemeinen kleinstmöglichsten Nenner für die verwandelten Brüche, deren Zähler man erhält, wenn man mit jedem Nenner in den allgemeinen dividirt und den Quotienten mit dem Zähler multiplicirt. Z. B. $\frac{3}{8} + \frac{2}{3} + \frac{5}{6} + \frac{7}{12}$ Gulden sind so beschaffen, daß sich die meisten Nenner sowohl durch 2 als durch 3 ohne Rest theilen lassen. Dividirt man mit 2, so bleiben noch 4, 3, 3, 6, dividirt man noch durch 3, so kommen 4, 1, 1, 2. Endlich noch durch 2 dividirt, giebt den Quotienten 2, 1, 1, 1, welche mit den Divisoren 2, 3 und 2 durch die Multiplikation den allgemeinen Nenner 24 hervorbringen. — Nun dividirt man 24 durch den ersten Nenner 8, welcher den Quotienten 3 abwirft; diesen Quotienten durch den ersten Zähler 3 multiplicirt, giebt den neuen Zähler 9 u. s. w. Ueberhaupt bekömmt der ganze Kalkul sammt der Addition folgende Stellung:

```
  |  3     2     5     7
  | --- + --- + --- + ----
  |  8     3     6    12
2 |  4           3     6
3 |  2                 2
2 |       (24)
            9
           16
           20
           14
          ----
           59 | 2 11/24 Gulden.
           24 |
           48
          ----
           11
```

Um noch ein Beyspiel zu haben, addire man auch obige Höfe nach dieser kurzen Methode.

Stellung des Kalkuls:

	$\frac{1}{2}$ +	$\frac{2}{3}$ +	$\frac{3}{4}$ +	$\frac{5}{6}$ +	$\frac{7}{8}$ +	$\frac{8}{9}$ +	$\frac{11}{12}$ +	$\frac{13}{16}$
2			2	3	4	3	6	8
2					2		3	4
3								2
2			(144)					

(144)
72
96
108
120
126
128
132
117
————
899 $6\frac{35}{144}$ Höfe.
144
864
————
35

§. 96. Noch ein Nutzen, den die Herstellung gleicher Nenner leistet.

Mittels dieses Verfahrens können auch ganze Zahlen mit Brüchen zu uneigentlichen Brüchen verschmolzen werden. Z. B. $5\frac{3}{8}$ fl. Man setze hier:

$$\frac{5}{1} + \frac{3}{8}$$

40
3
————
$\frac{43}{8}$ fl.

Es ist also einerley, ob man $5\frac{3}{8}$ oder $\frac{43}{8}$ fl. setzt. Ueberhaupt darf man in solchen Fällen, wie man leicht sieht, nur die ganze Zahl durch den Nenner multipliciren, und den Zähler dazu addiren. Der Nenner bleibt.

Beyspiele zur Addition in Brüchen.

I.

Zum Gusse der großen Salveglocken an der Frauenkirchen in München wurde genommen: $67\frac{11}{25}$ Zt. Kupfer, $38\frac{17}{25}$ Zt. Messing, und $28\frac{22}{25}$ Zt. Zinn; wie viel betrug das gesammte Metall?

Bearbeitung:

```
 67          11 ⎫
 38          17 ⎬ wegen gleichen Nennern.
 28          22 ⎭
  2         ----
----         50 | 2
135 Zt.      25 |
             50
            ----
```

II.

Bey einem Konventionsthaler befinden sich $28\frac{4}{5}$ Gran feines Silber und $5\frac{19}{25}$ Gran Kupfer; was beträgt das volle Gewicht eines solchen Thalers? Bekanntlich wird das kölnische Loth zu 18 Gran gerechnet.

Berechnung:

```
 28
  5           4     19
  1          --- = ----
-----         5     25
 34 14/25 Gran.    100
                    25(5
                   -----
                   195 | 1 14/25
                   125 |
                   -----
                    70
```

Kurz zu rechnen, hätte nur der Bruch $\frac{4}{5}$ oben und unten mit 5 multiplicirt werden dürfen, so wären die Nenner schon gleich geworden. Man würde dann gehabt haben:

```
  20
  19
 ----
  39 | 1 14/25
  25 |
 ----
  14
```

III.

Bey einer Karolin sind $9\frac{1}{4}$ Gran Gold, $1\frac{7}{8}$ Gran Silber und $\frac{7}{8}$ Gran Kupfer; wie viel Gran muß eine Karolin schwer seyn?

Berechnung:

```
  9        1/4 + 7/8 + 7/8.
  1
  2
 ----
 12 Gran
```

Den ersten Bruch unten und oben durch 2 multiplicirt, giebt:

```
   2
   7
   7
 ----
  16 | 2
   8 |
  16
 ====
```

IV.

Das Kloster Polling in Oberbaiern besaß 3 Landgüter: Haarsee, Rotsee und Gossenhofen. Bey der Einziehung derselben fand sich, daß sie aus folgenden Grundstücken bestanden:

	Haarsee,	Rotsee,	Gossenhofen,
Felder . . .	$2\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{7}$	$3\frac{7}{8}$ Tagwerk.
Zweymädige Wiesen	56	$43\frac{1}{2}$	$62\frac{9}{10}$
Einmädige Wiesen	121	$161\frac{1}{2}$	$269\frac{2}{5}$
An Weihern u. Seen	30	$20\frac{3}{4}$	—
Waldungen . . .	$137\frac{37}{60}$	141	$269\frac{2}{5}$.

Wie groß war jedes dieser Landgüter?

Berechnung des ersten:

2 56 121 30 137 $346\frac{13}{15}$ Tagw.	$\frac{1}{4} = \frac{37}{60}$ 15 37 $\frac{52}{60} = \frac{4}{} = \frac{13}{15}$	Man multiplicire den ersten Bruch oben und unten mit 15.

Berechnung des zweyten:

2 43 161 20 141 $368\frac{25}{28}$ Tagw.	$\frac{1}{7} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4}$. 4 21 25 28	Da die 2 Halben 1 Ganzes geben, so addire man noch die 2 übrigen Brüche.

Berechnung des dritten Landgutes.

3 62 269 269 $2\frac{23}{40}$ $605\frac{23}{40}$ Tagw.	$\frac{7}{8} = \frac{9}{10} = \frac{4}{5}$ 350 360 320 1030 | $2\frac{23}{40}$ 400 800 230	Der letzte Bruch entstand aus dem doppelten $\frac{2}{5}$.

V.

Die Marschroute von Amberg nach München über Ingolstadt ist folgende: Von Amberg bis Kastel 1 Post, von da bis Neumarkt $1\frac{1}{4}$, bis Peilngries $1\frac{1}{2}$, bis Ingolstadt 2, bis Pfaffenhofen 2, bis Unterbruck $1\frac{3}{4}$, und endlich von da bis München $1\frac{1}{2}$, Post. Wie viele Posten sind in allem von Bamberg bis München?

Berechnung:

$$\left.\begin{array}{r} 1 \\ 1\frac{1}{4} \\ 1\frac{1}{2} \\ 2 \\ 2 \\ 1\frac{3}{4} \\ 1\frac{1}{2} \end{array}\right\}$$

Man sieht beym ersten Anblicke, daß $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$, ferner auch $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$; folglich daß die Brüche in allem 2 Ganze geben.

Antw. 11 Posten.

VI.

Zu welcher Höhe wird die Salzsohle auf dem Weg von Reichenhall nach Traunstein durch Brunnhäuser erhoben, da die einzelnen Wirkungen derselben folgende sind:

1.	Beym	Jager	auf $210\frac{2}{3}$
2.	Zu	Seebühel	— $219\frac{7}{12}$
3.	—	Unternößelgraben	— $176\frac{2}{3}$
4.	—	Obernößelgraben	— $163\frac{1}{3}$
5.	—	Weißbuch	— $110\frac{3}{4}$
6.	—	Nagling	— $179\frac{5}{12}$
7.	—	Lettenhausen	— $164\frac{1}{2}$

Berechnung:

Bey einem flüchtigen Ueberblicke entdeckt man, daß $\frac{7}{12} + \frac{5}{12} = \frac{12}{12} = 1$, deßgleichen auch $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$ geben. Es bleiben also noch folgende Brüche übrig:

```
 210        2   3   1
 219        — — — — —
 176        3   4   2
 163           16
 110           18
 179           12(2
 164        ————
   3 11/12     46 | 1 11/12
————           24 |
              ————
1224 11/12 Schuh Höhe. 22
```

VII.

Die Strassenlänge von Gängkofen bis Eggenfelden im bairischen Unterlande hat die Eigenschaft, daß sie genau 7 fremde Meilenmaase, nämlich eine englische, eine französische, eine italiänische, eine arabische Meile, eine russische Werste, eine türkische Berrj und eine Seemeile enthält. Was giebt dieß für eine Strecke Wegs, da die ebengenannten Meilen folgende Brüche von der geographischen Meile sind: $\frac{3}{14}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{18}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{9}{40}$ und $\frac{2}{3}$?

$$\frac{3}{14} + \frac{3}{5} + \frac{1}{4} + \frac{5}{18} + \frac{1}{7} + \frac{9}{40} + \frac{2}{3}$$

```
2 | 7        2   9      20
7 |                3      10
2 |       (2520)           2
3 |        540
5 |       1512
           630
           700
           360
           567
          1680
          ————
          5989 | 2 949/2520 oder sehr nahe 2 3/8
          2520 |   geographische Meilen.
          5040
          ————
           949
```

Beyspiele zur Selbstübung in der Addition der Brüche.

I.

Zur großen Glocke in Wien, die auf Befehl des Kaisers im Jahre 1711 gegossen worden, brauchte man an Kupfer $323\frac{5}{16}$, und an englischem Zinn $64\frac{9}{16}$ Zentner; wie viel Metall wurde zum Gusse dieser Glocke genommen?

II.

Bey einem konventionsmäßigen Kopfstück befinden sich $4\frac{4}{5}$ Gran Silber und $3\frac{3}{7}$ Gran Kupfer; was wiegt demnach ein Vierundzwanziger?

III.

Eine bairische Maxdor enthält $6\frac{1}{6}$ Gran Gold, $1\frac{1}{3}$ Gran Silber und $\frac{1}{2}$ Gran Kupfer, wie viel Gran muß so ein Goldstück schwer seyn?

IV.

Die Marschroute von Amberg bis München über Landshut hat folgende Posten: von Amberg bis Schwandorf $1\frac{1}{2}$, von da bis Bonholz $1\frac{1}{4}$, bis Regensburg $1\frac{1}{4}$, bis Eglofsheim 1, bis Buchhausen 1, bis Ergoldsbach 1, bis Landshut $1\frac{1}{2}$, bis Mosburg 1, bis Freysing 1, bis Garching $1\frac{1}{4}$, und von da endlich bis München $\frac{3}{4}$; wie viel sind dieß in allem?

V.

Der Spatziergang um die Stadt Amberg hat, wenn man ihn auf bairische Chausseestunden bringen will, folgende Abmessungen, 1) von der Brücke beym Vilsthore bis zum Ziegelthore sind $\frac{5}{44}$ Stund, 2) von da bis zum Nabburgerthor $\frac{20}{128}$, 3) bis zum

Wengershoferthor $\frac{23}{130}$, 4) bis zum neuen Thor $\frac{25}{154}$ und 5) von da weg bis wieder zur Vilsbrücke $\frac{11}{54}$ Stund; was beträgt dieser ganze Spatziergang?

VI.

Um die ganze Länge der Donau durch das Land Baiern, von Donauwörth nämlich bis Engelhartszell, mit allen ihren Krümmungen zu bestimmen, dienen folgende Messungen des Hn. von Riedels:

1.	Von Donauwörth bis zur Vereinigung mit dem Lechstrom ergeben sich	$2\frac{17}{60}$	Stunden
2.	Von da bis an die neuburgische Gränze	$\frac{15}{64}$	—
3.	Bis Neuburg zur Hauptbrücke	$1\frac{10}{11}$	—
4.	Bis zur bairischen Gränze bey Gerolfing	$1\frac{1}{3}$	—
5.	Von da bis zur Ingolstädter Brücke dem alten Laufe nach .	$3\frac{14}{15}$	—
6.	Bis zur Vohburgerbrücke . . .	$2\frac{3}{5}$	—
7.	Ueber Pföring zur Neustadlerbrücke	$1\frac{2}{3}$	—
8.	Zur Kehlheimerbrücke . .	$2\frac{5}{11}$	—
9.	Zur Regensburgerbrücke . .	$4\frac{4}{7}$	—
10.	Zur Straubingerbrücke . .	$7\frac{4}{7}$	—
11.	Von da bis Deckendorf . .	$4\frac{7}{8}$	—
12.	Bis Vilshofen	$4\frac{7}{8}$	—
13.	Von da bis zur Passauerbrücke	$3\frac{1}{12}$	—
14.	Von da bis zur Vereinigung mit dem Innstrome	$\frac{4}{17}$	—
15.	Vom Innflusse bis Engelhartszell	$3\frac{13}{28}$	—

Wie groß ist die Länge des ganzen Rinnsals der Donau von Donauwörth bis Engelhartszell?

Vierzehnter Abschnitt.

Von der Subtraktion in Brüchen.

§. 97. Nothwendige Eigenschaft, die Brüche haben müssen, wenn sie von einander abgezogen werden sollen.

So wie bey der Addition der Brüche gleiche Nenner erfordert werden, so ist dieß auch bey der Subtraktion der Brüche nöthig. Denn beyde Rechnungsarten setzen durchgehends gleiche Benennung der Zahlen voraus, welche sich bey Brüchen sehr natürlich auf ihre Nenner erstreckt. Oder wer kann z. B. von 7 Achtel 2 Fünftel abziehen, ehe nicht beyde Brüche $\frac{7}{8}$ und $\frac{2}{5}$ durch Herstellung gleicher Nenner in $\frac{35}{40}$ und $\frac{16}{40}$ verwandelt worden sind. Die Differenz oder der Rest wird dann offenbar $\frac{19}{40}$ seyn. Um auch die Stellung des Kalkuls zu sehen, rechne man das Beyspiel: Von $\frac{2}{3}$ **Zentner Zucker soll** $\frac{3}{10}$ **Zentner weggewogen werden; was bleibt noch übrig?**

Brechnung:

$$\frac{2}{3} - \frac{3}{10}$$

$$20$$
$$\underline{\;9\;}$$
$$11$$

Antw. $\frac{11}{30}$ Zt.

§. 98. Wie wird aber ein Bruch von einer ganzen Zahl abgezogen?

Um einen eigentlichen Bruch von einer ganzen Zahl abzuziehen, ist allemal hinlänglich, daß man von

der Zahl nur eine Einheit wegnimmt, und in der Bruchform $\frac{1}{1}$ als Minuend zum gegebnen Bruch hinstellt. Das übrige Verfahren ist wie oben. Z. B. Es soll von einem Fasse, das 14 Eimer hält, $\frac{3}{8}$ Eimer abgezapft werden, wie viel bleibt noch?

Ansatz und Berechnung:

$$14 - \frac{3}{8} \qquad \frac{1}{1} - \frac{3}{8}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 3 \\ \hline 5 \\ \hline 8 \end{array}$$

Antw. $13\frac{5}{8}$ Eimer.

Noch kürzer wird in solchen Fällen das Geschäft, wenn bloß der Zähler vom Nenner abgezogen, der Nenner wieder unter den Rest gesetzt, und die Zahl um eins kleiner gemacht wird. Der Grund liegt darin, weil allemal aus der Multiplikation des Nenners und Zählers in die Einheit der Nenner als Minuend, und der Zähler als Subtrahend erscheint. Z. B. Jemand, der 5 fl. schuldig ist, erlegt $\frac{8}{15}$ fl., was bleibt er noch ausständig?

Antw. $4\frac{7}{15}$ fl.

§. 99. Subtraktion gemischter Zahlen von einander.

Entweder ist der Bruch des Minuends kleiner, als der des Subtrahends oder nicht. Im ersten Fall braucht es nichts weiter, als Bruch von Bruch und Zahl von Zahl abzuziehen. Im zweyten Falle muß von der ganzen Zahl des Minuends eine Einheit entlehnt und mit dem Bruch in einen uneigent-

lichen Bruch verwandelt werden, wo dann die Regel des ersten Falls eintritt. Ein Beyspiel der ersten Art: Von einem Stück Tuch, das $31\frac{3}{4}$ Ellen hält, sind $13\frac{1}{6}$ herabgeschnitten worden, was bleibt noch?

Berechnung:

$$\begin{array}{r} 31 \\ 13 \\ \hline 18\frac{7}{12} \text{ Ellen} \end{array} \qquad \frac{3}{4} - \frac{1}{6} \qquad \begin{array}{r} 18 \\ 4 \\ \hline 14 \end{array} \Big/ 24 \;(2\; = \frac{7}{12}$$

Ein Beyspiel der zweyten Art: Aus einem Geldsacke, in welchem $176\frac{1}{3}$ fl. waren, wurde herausgenommen $124\frac{7}{10}$ fl.; was bleibt noch zurück?

Berechnung:

$$\begin{array}{r} 176' \\ 124 \\ \hline \end{array} \qquad 1\frac{1}{3} \text{ oder } \frac{4}{3} - \frac{7}{10}$$

$$\text{Antw.} \quad 51\,\frac{19}{30} \text{ fl.} \qquad \begin{array}{r} 40 \\ 21 \\ \hline 19 \\ \hline 30 \end{array}$$

Aus diesem letztern Verfahren läßt sich die bequeme praktische Regel abziehen: Man mache die Zahl des Minuends um 1 kleiner, addire Nenner und Zähler des dabey stehenden Bruches zusammen, und setze den Nenner wieder unter die Summe, so bekömmt man einen uneigentlichen Bruch, von dem sich

jeder eigentliche abziehen läßt. Z. E. Von einer Zeitfrist, die in $7\frac{2}{5}$ Monat besteht, sind bereits $2\frac{5}{6}$ Monat verflossen; wie lang währet die Frist noch?

Anwendung der Regel:

$$\begin{array}{rcc} 6 & \frac{7}{5} & — \frac{5}{6} \\ \underline{2} & & \\ \text{Antw. } 4\frac{17}{30} \text{ Monat.} & 42 & \\ & \underline{25} & \\ & \underline{17} & \\ & 30 & \end{array}$$

§. 100. Aber wie kann man allemal gleich auf der Stelle unterscheiden, ob der Bruch des Subtrahends zum Abziehen zu groß sey oder nicht?

Dieß ergiebt sich in zweifelhaften Fällen bey der Berechnung allemal von selbst, wenn die Subtraktion unmöglich wird. Setzen wir, es sey das Exempel gegeben:

$$32\frac{13}{29} — 18\frac{25}{54}.$$

Auch der geübteste Rechner ist nicht im Stande, sogleich auf der Stelle zu entscheiden, ob der Bruch $\frac{25}{54}$ kleiner als $\frac{13}{29}$ sey oder nicht. Aber man schicke sich zur wirklichen Subtraktion an:

$$\begin{array}{rcc} 32 & \frac{13}{29} & — \frac{25}{54}. \\ \underline{18} & & \\ 14 & 702 & \\ & 725 & \end{array}$$

und man findet, daß der neue Zähler des Subtrahends 725 vom neuen Zähler des Minuends lediglich nicht abgezogen werden könne. Man ist daher

gezwungen, den Kalkul so zu stellen, und die Arbeit von neuem zu beginnen:

31
18
Antw. $13\frac{1543}{1566}$ $\frac{42}{29} - \frac{25}{54}$
2268
725
1543
1566

Indeß kann auch in der angefangenen Rechnung so fortgefahren werden: Man streiche den neuen Zähler des Subtrahends weg, addire das Produkt aus den beyden Nennern dazu, ziehe den weggestrichenen Zähler von der Summe ab, und setze das Produkt aus den beyden Nennern wieder als Nenner darunter. Daß auch die Zahl des Minuends um 1 kleiner gemacht werden müsse, versteht sich von selbst. Die Rechnung gewinnt dadurch folgendes Ansehen:

32
18
Antw. $13\frac{1543}{1566}$ $\frac{13}{29} - \frac{25}{54}$
702
725
1566
2268
725
1543
1566

Der Grund dieses Verfahrens läßt sich leicht einsehen, weil er der nämliche, wie oben, ist.

§. 101. Noch eine kleine Anmerkung in Hinsicht der uneigentlichen Brüche.

Sind jähling bey einer Subtraktion uneigentliche Brüche gegeben, so ist es am besten, sie allererst durch die Division in eigentliche Brüche zu verwandeln. Z. B. Ein Soldat, der schon $10\frac{1}{4}$ Jahr beym Regiment steht, war in allem $\frac{9}{2}$ Jahr abwesend; wie groß ist eigentlich seine Dienstzeit?

Behandlung:

Da $\frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$ ist, gilt der Ansatz:

$$\begin{array}{r} 10' \\ 4 \\ \hline \end{array} \qquad \frac{5}{4} - \frac{1}{2}$$

Antw. $5\frac{3}{4}$ Jahr.

$$\begin{array}{r} 10 \\ 4 \\ \hline 6 \\ \hline 8 \end{array} (2 \quad = \frac{3}{4}$$

§. 102. Probe der Subtraktion in Brüchen durch die Addition, und wechselsweise

Wie bey ganzen Zahlen, so verrichtet auch bey Brüchen eine der zwey ersten Rechnungsarten die Probe von der andern. Um sich davon auch sinnlich zu überzeugen, nehme man das erste Beyspiel der Subtraktion vor die Hand. Dort fand man, daß $\frac{2}{3} - \frac{3}{10} = \frac{11}{30}$ ist. Wird nun zum Rest $\frac{11}{30}$ der Minuend $\frac{3}{10}$ addirt, so muß wieder $\frac{2}{3}$ erscheinen. Denn man stelle den Kalkul, und es ergiebt sich:

$$\frac{11}{30} + \frac{3}{10}$$

$$\begin{array}{r} 110 \\ 90 \\ \hline 200 \\ \hline 300 \end{array} (100 \quad = \frac{2}{3}$$

Das Geschäft der Probe bey Additionen zieht sich manchmal ins Lange; weil, wenn bey der Addition mehrere Brüche gegeben sind, zur Probe alle bis auf einen von Neuem addirt werden müssen. Es genüge hievon ein einziges Beyspiel. Man erfuhr § 94, daß $\frac{3}{8} + \frac{2}{3} + \frac{5}{6} + \frac{7}{12} = 2\frac{11}{24}$ sey. Es werde nun der letzte Bruch $\frac{7}{12}$ weggelassen, das Uebrige in eine Summe gebracht, und dieselbe von der Hauptsumme $\frac{11}{24}$ abgezogen, so muß $\frac{7}{12}$ bleiben.

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{3} + \frac{5}{6}$$

3 | 4 . . . 2
2 |
(24)
9
16
20 (3
45 | $1\frac{7}{8}$
24
21

$$2\frac{11}{24} \quad \frac{35}{24} - \frac{7}{8}$$

oder

$$-\frac{1\frac{7}{8}}{7} \quad \frac{35}{24} - \frac{21}{24} = \frac{14}{24} \,(2 = \frac{7}{12}$$

Antw. $\frac{7}{12}$, was zu erproben war.

Beyspiele zur Subtraktion in Brüchen.

I.

Der Forst bey Hechenkirchen in Oberbaiern, wodurch die Strasse von München nach Rosenheim zieht, hält $\frac{9}{28}$ Quadratmeilen; der bekannte

Enzingerforst im Unterlande hingegen $\frac{25}{28}$ Quadratmeilen, um wie viel ist dieser letztere größer als ersterer?

Ansatz und Berechnung:

$$\frac{25}{28} - \frac{9}{28} = \frac{16}{28} \overset{(4}{=} \frac{4}{7}$$

Antw. um $\frac{4}{7}$ Quadratmeilen.

II.

Ein trächtiger Fuchs geht $\frac{7}{40}$ Jahr, bis er seine Jungen wirft; ein Hund hingegen $\frac{1}{6}$ Jahr; um wie viel länger trägt der Fuchs als der Hund?

Ansatz und Berechnung:

$$\frac{7}{40} - \frac{1}{6}$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ 40 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{2}{240} \overset{(2}{=} \frac{1}{120}$$

Antw. um $\frac{1}{120}$ Jahr oder 3 Tage.

III.

Der Pick auf Teneriffa hat eine Höhe von $\frac{10}{13}$ geographischen Meilen: der Montblank hingegen $\frac{9}{14}$; um wie viel ist letzterer niedriger als der erste?

Ansatz und Berechnung.

$$\frac{10}{13} - \frac{9}{14}$$

$$\begin{array}{r} 140 \\ 117 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{23}{182}$$

Antw. um $\frac{23}{182}$ Meilen.

IV.

Eine Summe von 3168 fl. in Carolins oder Maxdors ausbezahlt, wiegt 5 ℔. im bairischen Gewichte; hingegen in Dukaten zu 5 fl. 20 Kr. gerechnet, wiegt die nämliche Summe nur 3 ℔. $22\frac{14}{67}$ Loth. Um wie viel sind beyde Gewichte unterschieden?

Ansatz und Berechnung:

$$\begin{array}{ll} \text{℔.} & \text{L.} \\ 5 & - \\ 3 & 22\frac{14}{67} \\ \hline \end{array} \qquad \frac{67}{67} - \frac{14}{67} = \frac{53}{67}$$

Antw. um 1 ℔. $9\frac{53}{67}$ Loth.

V.

Von München nach Augsburg über Dachau sind auf der Straße $17\frac{14}{79}$ Stund; nach den neuesten Vermessungen hingegen ist Augsburg von München in gerader Linie entfernt $15\frac{2}{53}$ Stund; um wie viel ist die Strasse länger als die gerade Linie?

Ansatz und Berechnung:

$$\begin{array}{l} 17 \\ \underline{15} \\ \end{array} \qquad \frac{14}{79} - \frac{2}{53}$$

Antw. $2\frac{584}{4187}$ St.

$$\begin{array}{r} 742 \\ 158 \\ \hline 584 \\ \hline 4187 \end{array}$$

VI.

Nach den nämlichen Vermessungen ist Regensburg von München $27\frac{5}{13}$ Stunden entfernt, da doch die Marschroute über Abensberg dahin $31\frac{13}{36}$ Stund beträgt; was ist wohl hier der Unterschied?

Ansatz und Berechnung:

31′
27

Antw. 3$\frac{457}{468}$ Stund.

$\frac{13}{36} - \frac{5}{13}$

169
468

637
180

157
468

Beyspiele zur Selbstübung in der Subtraktion mit Brüchen.

I.

Die Flüsse, Seen, Moore, Strassen und Gebäude nahmen in alt Baiern $\frac{14}{99}$ des Landes ein; die gesammten Waldungen hingegen $\frac{17}{99}$ desselben; um wie viel nahmen die Wälder mehr als jene ein?

II.

Die Katze trägt ihre Jungen $\frac{11}{72}$ Jahr, bis sie dieselben zur Welt bringt; ein Eichhorn hingegen $\frac{7}{90}$ Jahr, um wie viel trägt die Katze länger als das Eichhorn?

III.

Der Chimbarasso, der höchste Berg auf unsrer Erde, hält in seiner Höhe $\frac{11}{13}$ geographische Meilen; der Pichincha hingegen $\frac{7}{11}$; um wie viel ist ersterer höher als letzterer?

IV.

Eine Summe von 144 fl. in Vierundzwanzigern ausbezahlt wiegt 4$\frac{2}{5}$ bairische Pfund; hinge-

gen die nämliche Summe in Zwölfern ist genau 5 ℔ schwer; was beträgt der Unterschied?

V.

Der Ammersee in Oberbaiern hält $1\frac{1}{2}$ Quadratmeilen, und sein Nachbar der Würmsee $1\frac{1}{3}$. Quadratmeilen; um wie viel ist ersterer größer als dieser?

VI.

Die gerade Linie von München bis Freysing beträgt $8\frac{12}{23}$ Stund, die Strassenlänge eben dahin mißt $8\frac{11}{20}$ Stund, was macht der geringe Unterschied?

VII.

Ein bairischer Eimer Rheinwein wiegt $121\frac{17}{203}$ bairische Pfund; ein bairischer Eimer Champagner hingegen $116\frac{13}{27}$, um wie viel ist letzterer geringer als ersterer?

Funfzehnter Abschnitt.

Multiplikation in Brüchen.

§. 103. Einfache Regeln dieser auf Brüche angewandten Rechnungsart, nebst Beweis.

Man multiplicire Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner; der dadurch erzielte Bruch ist das Produkt. Z. B. Ein Täfelchen ist $\frac{5}{8}$ Schuh lang und $\frac{2}{3}$ Schuh breit, was hat es für einen Quadratinhalt?

Antwort $\frac{5}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{24} \overset{(2}{=} \frac{5}{12}$ □ Schuh.

Beweis. Man sehe hier $\frac{5}{8}$ als Multiplikand und $\frac{2}{3}$ als Multiplikator an. Da bey jedem Bruch der Zähler die eigentliche Zahl und der Nenner den Namen dieser Zahl vorstellt, so bringt es diese Ansicht mit sich, daß die Zähler als Zahlen nothwendig mit einander multiplicirt werden müssen.

Das Produkt hat allemal die Benennung wie der Multiplikand, folglich muß der Nenner des Multiplikands beybehalten werden. Man hat also einstweilen zum Produkt $\frac{10}{8}$. Dieses Produkt hätte auch volle Gültigkeit, wenn der Multiplikator 2 nicht selbst getheilt wäre. Da nun dieser Umstand eintritt, muß auch nothwendig das Produkt getheilt werden, und zwar durch die nämliche Zahl, womit der Multiplikator getheilt ist, das ist durch 3. Brüche werden aber auf zweyerley Weise getheilt, nämlich durch Dividirung des Zählers oder durch Multiplicirung des Nenners. Weil nun das Erstere selten, das Letztere aber allemal angeht, so wird die Regel als allgemein festgesetzt, daß Nenner mit Nenner multiplicirt werden.

Sieht man $\frac{2}{3}$ für den Multiplikand und $\frac{5}{8}$ für den Multiplikator an, so läuft der Beweis auf die nämliche festgesetzte Regel hinaus.

§. 104. Sonderbare Erscheinung bey Bruchmultiplikationen.

Bey Multiplikationen in ganzen Zahlen ist man durchgehends berechtigt, ein größers Produkt zu erwarten, als jeder der beyden Faktoren ist, wie dieß auch schon der Name der Rechnungsart mit sich bringt, im Fall die Faktoren größer als die Einheit sind. Hier bey Brüchen hat man das Gegentheil. Das Produkt ist kleiner als jeder der beyden Faktoren. Der Grund dieses Anfangs son-

derbar scheinenden Ereignisses liegt aber in der Natur der Brüche selbst; denn wenn man mit einem Bruch multiplicirt, wird der andre Faktor, er mag selbst ein Bruch oder eine Zahl seyn, nie ganz, sondern nur theilmal, um mich so auszudrücken, genommen, weil der multiplicirende Faktor selbst kein Ganzes, sondern nur ein Theil des Ganzen in sich enthält. Es ist demnach so eine Multiplikation eher als eine Division anzusehen. Bey uneigentlichen Brüchen verhält sich die Sache schon wieder anders, weil sie mehr als ein Ganzes enthalten.

Ueberhaupt drehen sich alle Multiplikationen um die Einheit als Multiplikator wie um einen Thürangel herum. Ist der Multiplikator die reine Einheit selbst, so erfolgt weder Vermehrung noch Verminderung; ist der Multiplikator größer als 1, wird allemal eine Vermehrung bewirkt; ist er kleiner als 1, so muß nothwendig kraft des Gegensatzes weniger als 1 zum Produkt herauskommen. — Bey der Division der Brüche hat natürlich das Gegentheil Statt.

§. 105. Wenn bey der Multiplikation Brüche mit ganzen oder gemischten Zahlen vorkommen.

Da man jeder ganzen Zahl durch Unterstellung der Einheit als Nenner, und jeder gemischten Zahl durch Multiplicirung mit dem Nenner und Einrechnung des Zählers die Bruchform zu ertheilen im Stande ist, so können dergleichen Fälle keine Schwierigkeit verursachen. Z. B.:

1. Was kosten 37 Pfund, wenn das Pfund mit $\frac{3}{4}$ fl. bezahlt wird?

2. Was machen $19\frac{2}{3}$ Ellen, wenn die Elle $7\frac{5}{6}$ fl. kostet?

1. $\frac{37}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{111}{4} = 27\frac{3}{4}$ fl.

2. $19\frac{2}{3} \times 7\frac{5}{6} = \frac{59}{3} \times \frac{47}{6} = \frac{2773}{18} = 154\frac{1}{18}$ fl.

§. 106. Abkürzung der Bruchmultiplikationen in einigen Fällen.

Es ereignet sich oft der Fall, besonders wenn mehrere Faktoren vorkommen, daß oben bey den Zählern und unten bey den Nennern gleiche Zahlen erscheinen, oder doch zwey solche Zahlen, die sich ohne Rest dividiren lassen. Ist das eine oder das andre verstattet, so wird dadurch die Rechnung merklich abgekürzt. Gesetzt man hätte das Exempel zu berechnen: Wenn der Eimer Bier $1\frac{1}{5}$ Zentner wiegt, was wägen $12\frac{1}{2}$ Eimer? so giebt die gewöhnliche Rechnung:

$$1\frac{1}{5} \times 12\frac{1}{2} = \frac{6}{5} \times \frac{25}{2} = \frac{150}{10} = 15 \text{ Zt.}$$

Die abgekürzte hingegen steht so da:

$$\frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{\cancel{5}} \times \frac{\overset{5}{\cancel{25}}}{\cancel{2}} = 15 \text{ Zt.}$$

Ein andres Beyspiel: Ein Balken von Eichenholz soll in Kubikschuhen bestimmt werden. Er ist $17\frac{1}{3}$ Schuh lang, $1\frac{1}{2}$ breit und $1\frac{1}{6}$ hoch. Was ist sein kubischer Inhalt?

Stellung des Kalkuls:

$$17\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{6} = \frac{\overset{\overset{13}{\cancel{26}}}{\cancel{52}}}{3} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{2}} \times \frac{7}{\underset{3}{\cancel{6}}} = \frac{91}{3}$$

$= 30\frac{1}{3}$ Kubikschuh.

Beyspiele zur Multiplikation in Brüchen.

I.

Der Platz, worauf München steht, gleicht einem Vierecke, das in der Länge $\frac{1}{20}$ und in der Breite $\frac{2}{297}$ Meilen mißt; was ist wohl der Quadratinhalt dieses Platzes?

Ansatz und Berechnung:

$$\frac{1}{\underset{10}{\cancel{20}}} \times \frac{\cancel{2}}{297} = \frac{1}{2970}$$ Quadratmeile.

II.

Das Herzogthum Berg gleicht an Flächeninhalt einem Vierecke, das 9 Meilen lang und $6\frac{1}{18}$ Meile breit ist; was beträgt dessen Quadratinhalt?

Ansatz und Berechnung:

$$9 \times 6\frac{1}{18} = \frac{\cancel{9}}{1} \times \frac{109}{\underset{2}{\cancel{18}}} = 54\frac{1}{2}$$ Quadratmeilen.

III.

Ein Schäffel Weitzen von mittlerer Güte wiegt $3\frac{3}{20}$ Zentner. Nun sind auf einem Speicher 540 Schäffel aufgeschüttet; mit welchem Gewichte drückt diese Last auf den Boden?

Ansatz und Berechnung.

$$540 \times 3\frac{3}{20} = \frac{\overset{27}{\cancel{540}}}{1} \times \frac{63}{\cancel{20}} = 1701 \text{ Zentner.}$$

IV.

Ein mit gewöhnlicher Ladung horizontal abgeschossener Dreypfünder prellt auf einer harten Ebne das erstemal nach 400 Schritten, dann nach 500, das drittemal nach 200, dann nach 160, 125 und endlich 70 Schritten auf, und legt also in allem 1395 Schritte zurück; was macht dies in rheinländischen Schuhen, da gewöhnlich der Schritt zu $2\frac{2}{3}$ Schuh gerechnet wird?

Ansatz und Berechnung:

$$\frac{\overset{465}{\cancel{1395}}}{1} \times \frac{8}{\cancel{3}} = 3720 \text{ rheinische Schuhe.}$$

V.

Man erhält den Quadratinhalt einer Kreisfläche sehr genau, wenn man den Durchmesser desselben mit sich selbst und dann noch mit dem Bruch $\frac{11}{14}$ multiplicirt. Nun hat man auf einer Anhöhe von 100 Schuhen eine Aussicht in die umliegende Ebne, die einen Kreis von $5\frac{1}{2}$ Meilen im Durchmesser giebt; wie groß ist wohl die ganze Fläche, die man übersehen kann?

Ansatz und Berechnung:

$$\frac{11}{2} \times \frac{11}{2} \times \frac{11}{14} = \frac{1331}{56} = 23 \text{ bis } 24 \text{ Quadrat-}$$

meilen.

VI.

Ein Ziegelstein muß hie zu Land $1\frac{5}{24}$ Schuh lang, $\frac{7}{12}$ breit und $\frac{1}{4}$ dick seyn; was ist wohl der kubische Inhalt eines solchen Ziegelsteins?

Ansatz und Berechnung:

$$\frac{29}{24} \times \frac{7}{12} \times \frac{1}{4} = \frac{203}{1152}$$

oder wenn man will $\frac{40}{227}$ Kubikschuh.

VII.

Das Ambergerseidel, ein Erzmaaß, ist würfelförmig, und hält in der Länge 2 Schuh $5\frac{1}{8}$ Zoll oder $29\frac{1}{8}$ Zoll, in der Breite $17\frac{5}{8}$ und in der Tiefe $14\frac{5}{8}$ Zoll; wie viele Kubikzolle faßt es in sich?

Ansatz und Berechnung:

$$29\frac{1}{8} \times 17\frac{5}{8} \times 14\frac{5}{8} = \frac{233}{8} \times \frac{141}{8} \times \frac{117}{8}$$

$$= \frac{3843801}{512} = 7507\frac{217}{512} \text{ Kubikzolle,}$$

oder weil 1728 Kubikzolle auf den Kubikschuh gehen,

4 Kubikschuh $595\frac{217}{512}$ Kubikzolle.

VIII.

Man erhält den Quadratinhalt eines gedrückten Kreises oder einer sogenannten Ellipse, wenn man Länge, Breite und den Bruch $\frac{11}{14}$ ineinander multiplicirt. Nun gleicht der Ammersee in Oberbaiern einer solchen Ellipse, die $2\frac{1}{2}$ Meile lang und $\frac{3}{4}$ Meilen breit ist; was beträgt ihre Quadratfläche?

Ansatz und Berechnung:

$$2\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{11}{14} = \frac{5}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{11}{14} = \frac{165}{112}$$

$= 1\frac{1}{2}$ Quadratmeile allernächstens.

Beyspiele zur Uebung der Multiplikation in Brüchen.

I.

Der Hofoldingerforst in Oberbaiern, durch welchen die Strasse nach Miesbach zieht, nimmt eine Fläche ein, die $\frac{3}{4}$ Meilen lang und $\frac{2}{3}$ Meilen breit ist; was beträgt dessen Quadratinhalt?

II.

Nach den neuesten Vermessungen enthält das vormalige Herzogthum Sulzbach nur 15 Quadratmeilen, wobey auch die Bemerkung gemacht wird, daß die ehemalige obere Pfalz $8\frac{2}{3}$mal mehr Land als Sulzbach enthalte; wie groß wäre wohl nach dieser Angabe die obere Pfalz?

III.

Ein Zwölfpfünder macht beym gewöhnlichen Visirschuß 5 Aufschläge (Prellungen), und erreicht dadurch eine Weite von 2480 Schritt; was beträgt dieß in rheinischen Schuhen, da, wie schon oben gesagt worden, auf den Schritt $2\frac{1}{3}$ Schuh gerechnet werden?

IV.

Der Chiemsee in Oberbaiern läßt sich mit einem Kreise vergleichen, der $2\frac{1}{5}$ Meile im Durchmesser hält; was ist demnach sein Quadratinhalt?

V.

Ein Schäffel Gerste wiegt im Durchschnitte $2\frac{3}{8}$ Zt. Nun sollen auf ein Schiff $690\frac{1}{2}$ Schäffel geladen werden, wie groß wird die Ladung seyn?

VI.

Die Grafschaft Rothenfels-Königsegg, die durch den Presburgerfrieden an Baiern kam, stellt einen gedrückten Zirkel oder eine Ellipse vor. Ihre Länge beträgt $4\frac{1}{2}$ und die Breite $2\frac{3}{11}$ Meilen; was ist ihr Quadratinhalt? Die Methode, solche Flächen zu berechnen, ist oben angegeben worden.

VII.

Am Kressenberg hat man ein Erzmaaß, das Staar heißt, und 1 Schuh $2\frac{1}{4}$ Zoll lang, 1 Sch. $2\frac{1}{4}$ Zoll breit und $11\frac{5}{6}$ Zoll tief ist; was beträgt dessen Kubikinhalt?

Sechszehnter Abschnitt.

Division in Brüchen.

§. 107. Herleitung der Divisionsregel aus dem Begriffe dieser Rechnungsart.

Da die Division untersucht, wie oft eine Zahl in der andern enthalten sey, ohne dabey sich zu bekümmern, welche gemeinschaftliche Benennung die beyden Zahlen haben, wenn nur diese ihre Benennung im ächten Sinne des Worts gemeinschaftlich ist; und da bey Brüchen die Zähler, die Zahlen und die Nenner die Benennung derselben vorstellen: so geht daraus die Regel hervor, daß die Brüche, wenn sie durcheinander dividirt werden sollen, glei-

che Nenner haben müssen, daß dann die Division bloß mit den Nennern vorgenommen, und daß endlich auf die Nenner keine fernere Rücksicht mehr genommen wird. Z. B. Wie oft ist $\frac{1}{20}$ fl. in $\frac{3}{4}$ fl. enthalten? Die Rechnung bekömmt demnach folgende Stellung:

$$\frac{3}{4} : \frac{1}{20} = \frac{60}{80} : \frac{4}{} = 15.$$

Welches auch in der That sich so verhält; denn 1 Groschen ist in 45 Kreutzern — dieß sind die Werthe der gegebnen Brüche — genau 15mal enthalten.

§. 108. Gewöhnliche praktische Divisionsregel.

Sie heißt gewöhnlich so: Man stürze den Divisorbruch um, und verwandle die Division in eine Multiplikation. Obiges Beyspiel erhält demnach folgende Gestalt:

$$\frac{3}{4} \times \frac{\overset{5}{\cancel{20}}}{1} = 15.$$

Diese Regel giebt den Brüchen eine solche Stellung, daß allemal durch die Multiplikation der zwey Zähler der Dividend oben und der Divisor unten zu stehen kömmt, ohne den unnöthigen Nenner sichtbar werden zu lassen. Überdieß kann man auch sehr füglich den Vortheil der Abkürzung dabey anwenden. Es mögen demnach gewisse mathematische Mückenhäscher diese Regel immerhin lächerlich finden. Ich nehme keinen Anstand, sie den Anfängern aufs Neue zu empfehlen.

§. 109. Wenn bey der Division Brüche mit ganzen oder gemischten Zahlen in Berührung kommen.

Man gebe den ganzen und gemischten Zahlen nur wieder die Bruchform, und wende die obige

Regel an, so kann nie eine Schwierigkeit entstehen. Hier ein Paar Exempel zur Anschauung.

1. Ein Holzstamm von $52\frac{1}{2}$ Schuh Länge soll zu Klafterholz aufgearbeitet werden; wie viele Scheiterlängen zu $3\frac{1}{2}$ Schuh giebt er?

2. Es sollen 297 fl. in Kronenthalern ausbezahlt werden, wie viele Stücke braucht man?

3. Wie viele Laubthaler tilgen die nämliche Summe?

Berechnungen:

1. $52\frac{1}{2} : 3\frac{1}{2} = \frac{\overset{15}{\cancel{105}}}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{2}}{\cancel{7}} = 15$ Scheiterlängen.

2. $297 : 2\frac{7}{10} = \frac{\overset{11}{\overset{\cancel{99}}{\cancel{297}}}}{1} \times \frac{10}{\underset{\cancel{9}}{\cancel{27}}} = 110$ Kronenthlr.

3. $297 : 2\frac{3}{4} = \frac{\overset{27}{\cancel{297}}}{1} \times \frac{4}{\cancel{11}} = 108$ Laubthaler.

§. 110. Von der Probe der Division in Brüchen.

Sie ist, wie bey ganzen Zahlen, die Multiplikation, so wie die der Multiplikation die Division leistet. Man nehme das nächste beste Beyspiel aus dem vorigen Abschnitt, etwa das erste:

$$\frac{5}{12} : \frac{2}{3} = \frac{5}{\underset{4}{\cancel{12}}} \times \frac{\cancel{3}}{2} = \frac{5}{8}.$$

Deßgleichen auch das erste dieses Abschnitts:

$$\frac{\overset{3}{\cancel{15}}}{1} \times \frac{1}{\underset{4}{\cancel{20}}} = \frac{3}{4};$$

was zu erproben war.

Beyspiele zur Division in Brüchen.

I.

Der feuerspeyende Berg **Aetna** in **Sizilien** ist $\frac{13}{28}$ und der **St. Bernhardsberg** in der Schweitz $\frac{3}{7}$ Meilen hoch; wie vielmal höher ist der Aetna als der St. Bernhardsberg?

Ansatz und Berechnung:

$$\frac{13}{28} : \frac{3}{7} = \frac{13}{\underset{4}{\cancel{28}}} \times \frac{\cancel{7}}{3} = \frac{13}{12} = 1\frac{1}{12} \text{ mal.}$$

II.

Wenn der Rinnsal des Isarflusses von seinem Ursprung an bis zur Vereinigung mit der Donau, welches eine Strecke von $34\frac{1}{2}$ Meilen beträgt, immer horizontal fortgeführt würde, so müßte zuletzt das Wasser von einer Höhe herabstürzen, die 1855 Schuh erreichte. Wie viel von diesem natürlichen Gefälle der Isar trifft auf die Meile?

Ansatz und Berechnung:

$$1855 : 34\frac{1}{2} = \frac{1855}{1} \times \frac{2}{69} = \frac{3710}{69}$$

$= 53$ bis 54 Schuh.

III.

Ein bairischer Kubikschuh Silber wiegt nach bairischem Gewichte $4\frac{3}{5}$ Zentner, und ein solcher Kubikschuh Eisen $3\frac{5}{12}$; wie vielmal schwerer ist Silber als Eisen?

Ansatz und Berechnung:

$$4\frac{3}{5} : 3\frac{5}{12} = \frac{23}{5} \times \frac{12}{41} = \frac{276}{205} = 1\frac{9}{16} \text{ mal}$$

allernächstens.

IV.

Ein Kubikschuh Wasser wiegt $\frac{11}{25}$ und ein Kubikschuh Quecksilber 6 Zentner, alles, wie vorhin, nach bairischem Maase und Gewichte; wie vielmal ist Quecksilber schwerer als Wasser?

Ansatz und Berechnung:

$$6 : \frac{11}{25} = \frac{6}{1} \times \frac{25}{11} = \frac{150}{11} = 13\frac{7}{40} \text{ mal.}$$

V.

Der Planet Merkur braucht zu seiner Umlaufszeit um die Sonne $87\frac{31}{32}$ Tag: der Mars hingegen $686\frac{47}{48}$ Tag; wie vielmal ist das Jahr des Mars länger als das des Merkurs?

Ansatz und Berechnung:

$$686\frac{47}{48} : 87\frac{31}{32} = \frac{32975}{48} \times \frac{32}{2815}$$

$$= \frac{13190}{1689} = 7\frac{5}{17} \text{ mal allernächstens.}$$

VI.

Zu Straßburg wurde unlängst mit einem Vierundzwanzigpfünder der Versuch gemacht, daß man ihn mit halber Kugelladung senkrecht in die freie Luft abschoß. Die Kugel erreichte eine Höhe von $\frac{72}{115}$ deutsche Meilen. Wie viele Münsterthürme

von Straßburg müßte man aufeinander stellen, um diese erstaunliche Höhe zu versinnlichen, da derselbe $\frac{44}{967}$ Meilen hoch ist?

Ansatz und Berechnung:

$$\frac{72}{175} : \frac{44}{967} = \frac{\overset{18}{\cancel{72}}}{175} \times \frac{967}{\underset{11}{\cancel{44}}} = \frac{17406}{1925} = 9\frac{4}{95}$$

Münsterthürme.

Beyspiele zur Selbstübung in Bruchdivisionen.

I.

Der Gotthardsberg in der Schweiz ist $\frac{13}{50}$ Meilen hoch, und der sogenannte Brocken auf dem Harze $\frac{7}{50}$; wie vielmal ist ersterer höher als letzterer.

II.

Die Donau hat ein Gefäll, daß wenn sie von Donauwörth bis Engelhardszell immer horizontal fortgeführt würde, eine Höhe von $755\frac{1}{2}$ Schuh erreichte; wie viel von diesem schwachen Gefäll trifft auf die Meile, da der Rinnsal der Donau zwischen den zwey obengenannten Ortschaften $44\frac{1}{12}$ Meile lang ist?

III.

Ein bairischer Kubikschuh Gold wiegt $8\frac{1}{2}$ Zentner, und ein Kubikschuh Kupfer $3\frac{3}{7}$ Zentner; wie vielmal schwerer ist Gold als Kupfer?

IV.

Ein Kubikschuh reines Wasser ist 44 ℔. schwer, ein Kubikschuh gemeine Luft hingegen $\frac{21}{429}$ ℔; um

wie vielmal ist Wasser schwerer, als die uns umgebende Luft?

V.

Der Planet Jupiter braucht, um die Sonne herumzukommen, $11\frac{10}{12}$ Jahr; der Saturn aber $29\frac{11}{24}$ Jahr; wie vielmal länger ist das Jahr des letztern als das des erstern?

VI.

Die Ortlerspitze, der höchste Berg in Tyrol, zwischen den Thälern Suln und Drafsnj, mißt in ihrer senkrechten Linie $\frac{10}{30}$ Meile; wie vielmal höher ist sie als der Stephansthurm in Wien, der $\frac{4}{215}$ Meile hält?

Zweyte Abtheilung.

Von der Reesischen Regel.

Siebenzehnter Abschnitt.

Grundlegung zur Reesischen Regel durch die Proportionslehre.

§. 111. Von Verhältnissen überhaupt.

Zwey gegebne Zahlen können auf zweyerley Weise miteinander verglichen werden. Man kann nämlich untersuchen, um wie viel die eine von der andern an Größe übertroffen wird, wozu die Subtraktion dient, oder man kann ausfindig machen, wie oft die eine Zahl in der andern enthalten ist, welches man durch die Division bezweckt. In beyden Fällen heißt man diese angestellten Vergleichungen Zahlenverhältnisse, und zwar im ersten Falle arithmetische, im zweyten geometrische. Hier schränkt man sich blos auf die letztern ein.

§. 112. Erklärung der geometrischen Verhältnisse.

Es ist demnach ein geometrisches Verhältniß die Vergleichung zweyer Zahlen nach ihrem Inhalte. Z. B. 4 und 12 verhalten sich geometrisch so gegeneinander, daß die zweite Zahl dreymal größer als die erste, oder die erste Zahl dreymal kleiner als die zweite ist; weil 12 die Zahl 4 dreymal enthält. Man entlehnt, um ein solches Verhältniß kennbar zu machen, das Zeichen der Division, und schreibt es so an: 4 : 12, wo gewöhnlich der Di-

visor voransteht, damit man es auf der Stelle von der gemeinen Division zu unterscheiden im Stande ist. Das zweite Glied ist demnach allemal ein Produkt aus zwey Faktoren, nämlich aus dem ersten Gliede und aus dem Quotienten, der entsteht, wenn man das erste Glied durch das zweyte dividirt. Es kann auch das erste Glied größer als das zweyte seyn, in welchem Falle man das Verhältniß abnehmend nennt, da es im Gegentheil wachsend heißt. In abnehmenden Verhältnissen muß demnach der Quotient nothwendig ein Bruch seyn, z. B. in 27 : 18, wo als Quotient $\frac{18}{27} = \frac{2}{3}$ hervorgeht, und folglich das zweyte Glied in die zwey Faktoren $27 \times \frac{2}{3}$ aufgelöset werden kann. Daß die Verhältnisse sich auch manchmal wie Brüche abkürzen lassen, ist daraus einleuchtend, weil sie eben so gut als Brüche Divisionen vorstellen. Man kann demnach auch statt 4 : 12 oder statt 27 : 18 sehr wohl 1 : 4 und 3 : 2 schreiben.

§. 113. Begriff der geometrischen Proportion.

Die Gleichheit zweyer Verhältnisse giebt allemal eine Proportion. Es sind aber zwey Verhältnisse dann gleich, wenn überall der nämliche Quotient herrscht. Z. B. in 4 : 12 und 5 : 15, wo beyderseits 3 als Quotient erscheint. Daher die Proportion 4 : 12 = 5 : 15, woraus zugleich hervorgeht, daß jede Proportion 4 Glieder haben müsse. Da aber in jedem Verhältniß das zweite Glied aus zwey Faktoren besteht, so kann auch jede Proportion in 6 Zahlen aufgelößt werden. Unser obiges Beyspiel bekäme demnach diese Form:

$$4 : 4 \times 3 = 5 : 5 \times 3.$$

Daraus fließt zugleich die wichtige Eigenschaft, daß in jeder geometrischen Proportion das Produkt

der zwey äussern Glieder gleich ist dem Produkt der mittlern Glieder; denn es besteht beyderseits aus den nämlichen drey Faktoren, die überall das erste und dritte Glied und der Quotient sind, wie hier der Augenschein lehrt:

$$4 : 4 \times 3 = 5 : 5 \times 3.$$
$$4 \cdot 5 \cdot 3 \cdot = 4 \cdot 3 \cdot 5.$$
$$60 = 60.$$

§. 114. Bestimmung des ersten Gliedes einer Proportion, im Fall es unbekannt wäre.

Da sich der herrschende Quotient in einer solchen Proportion, wo das erste Glied fehlt, leicht aus den zwey letzten Gliedern ausmitteln läßt, wenn man nämlich das vierte Glied durch das dritte dividirt, so kann es auch keine Mühe mehr kosten, das erste Glied aus dem zweyten zum Vorschein zu bringen. Denn man darf nur dieses zweyte Glied durch den erhaltnen Quotienten dividiren. Als Beyspiel werde folgende mangelhafte Proportion aufgestellt, wo statt des ersten Gliedes ein Fragezeichen zu stehen kömmt:

$$? : 24 = 6 : 18.$$

Der Quotient ist den beyden letzten Gliedern zufolge $\frac{18}{6} = 3$, damit in 24 dividirt giebt 8 als erstes Glied, und die Proportion ist nun vollständig; denn sie heißt:

$$8 : 24 = 6 : 18,$$

indem das Produkt der äussern so wie der mittlern Glieder überall 144 giebt.

Ist der Quotient keine ganze Zahl, so muß gleichwohl nach der Lehre verfahren werden; z. B. in der mangelhaften Proportion:

$$2 : 8 = 10 : 3.$$

Hier ist der Quotient $\frac{3}{10}$, daher die Stellung des Kalkuls:

$$8 : \frac{3}{10} = \frac{8 \times 10}{3} = \frac{80}{3} = 22\tfrac{2}{3}.$$

Man sieht hier bey dem flüchtigsten Ueberblicke, daß die mangelhafte Proportion allemal in einen Bruch verwandelt werde, wo die zwey mittlern Glieder die Faktoren des Zählers und das letzte Glied den Nenner vorstellen. Nach dieser allgemeinen Vorschrift läßt sich nun in jedem Falle das erste Glied finden, auch wenn die Glieder der Proportion lauter Brüche wären, z. B.

$$? : \frac{2}{3} = 1\frac{5}{8} : \frac{4}{7}.$$

Man erhält hier:

$$\frac{\frac{2}{3} \times \frac{13}{8}}{\frac{4}{7}} = \frac{2}{3} \times \frac{13}{8} \times \frac{7}{4} = \frac{91}{48} = 1\frac{43}{48}.$$

(im Druck: 2 über 4 gekürzt, 2 unter 4)

Beyspiele zur Berechnung solcher Proportionen, wo das erste Glied fehlt.

I.

Der altgriechische Fus verhält sich zum altrömischen wie 25 : 24. Ein sogenanntes Stadium hielt bey den Griechen 600 Fuß; was maß es bey den Römern?

Stellung des Kalkuls:

? : 600 = 25 : 24

$$\frac{\overset{\overset{25}{\cancel{100}}}{\cancel{600}} \times 25}{\underset{4}{\cancel{24}}} \; 625 \text{ Fuß.}$$

II.

Aus der politischen Rechenkunst ist bekannt, daß sich in einem Lande die Anzahl der Ehen zur Anzahl sämmtlicher Einwohner gemeiniglich wie 7 : 40 verhält. Nun zählt das Teutschmeisterthum 80000 Einwohner, wie viel kann es da Ehen geben?

Stellung des Kalkuls.

? : 80000 = 7 : 40

$$\frac{\overset{2}{\cancel{8}}000\cancel{0} \times 7}{\cancel{4}\cancel{0}} = 14000 \text{ Ehen.}$$

III.

Die Schwere der gebrannten Ziegel verhält sich zur Schwere der gewöhnlichen Bruchsteine wie 10 : 11. Nun hält eine von Bruchstein aufgeführte Mauer 8800 Zentner; wie schwer würde sie von Ziegelsteinen seyn?

Stellung des Kalkuls.

? : 8800 = 10 : 11

$$\frac{\overset{8}{\cancel{8}\cancel{8}}00 \times 10}{\cancel{11}} = 8000 \text{ Zentner.}$$

IV.

Es verhält sich nach den bewährtesten Versuchen der Inhalt einer vollen Klafter Holzes von 126 Kubikschuhen zum Inhalt einer gewöhnlichen Klafter büchener oder eichener Scheiter, die überall Zwischenräume geben, wie 5 : 3. Nun hält irgend ein Eichenstamm der Berechnung zufolge 441 Kubikschuh oder $3\frac{1}{2}$ Klafter; wie viele Klafter wird dieser Stamm betragen, nachdem er aufgescheitert worden?

Ansatz und Berechnung;

$$? : 3\frac{1}{2} = 5 : 3$$

$$\frac{\frac{7}{2} \times 5}{3} = \frac{35}{6} = 5\frac{5}{6} \text{ Klafter.}$$

Beyspiele zur Uebung in Berechnung mangelhafter Proportionen.

I.

Die Anzahl der Verstorbenen verhält sich in einem Jahre zu der der Lebenden wie 7 : 250. Nun zählte Pfalzbaiern im Jahre 1805, ehe es noch zu einem Königreich erhoben worden, 2318000 Seelen; wie viel mögen in demselben Jahre gestorben seyn?

II.

Die Durchmesser der Kanonenkugeln verhalten sich zu den Durchmessern der Mündungen der Kanonen wie 21 : 22. Nun hat die Mündung einer Kanone, aus der 24pfündige eiserne Kugeln geschossen werden, im Durchmesser $5\frac{28}{37}$ rheinische Zoll; welchen Durchmesser muß die Kugel haben?

III.

Es ist eine sowohl praktisch als theoretisch erwiesene Regel in der Baukunst, daß sich die Höhe der liegenden Balken, um am meisten tragen zu können, zu ihrer Breite wie 3 : 2 verhalten soll. Nun bestimmt ein Baumeister die Höhe irgend eines solchen Balken zu $22\frac{3}{4}$ Zoll; wie groß muß demnach die Breite werden?

IV.

Eine volle Klafter Holzes ohne Zwischenräume verhält sich zu der Holzmasse, die eine gewöhnliche Klafter fichtenen Scheiterholzes ihrer Zwischenräume wegen in sich begreift, wie 25 : 8. Jemand kauft einen Vorrath Fichtenholzes, der $18\frac{1}{2}$ Klafter mit seinen Zwischenräumen ausmißt; wie viel wären dieß wahre Klafter ohne Zwischenräume?

V.

Nach dem Konventionsfuße verhält sich der Werth des reinen Silbers zu dem des reinen Goldes wie 71 : 1005. Nun gilt die Mark Silber nach diesem Münzfuße 24 fl. rheinisch; was ist die Mark Goldes werth?

Achtzehnter Abschnitt.

Ableitung der Reesischen Regel aus der geometrischen Proportion.

---

§. 115. Uebergang auf gewöhnliche Rechnungsfälle dieser Art.

Es lassen sich nun die meisten Aufgaben, die im gemeinen Handel und Wandel vorkommen, in solche Portionen, wo das erste Glied mangelt,

einkleiden und nach den gegebnen Vorschriften berechnen. Z. B. *Was kosten* 3 ℔, *wenn* 18 ℔ *für* 10 fl. *gekauft werden?* Es verhält sich hier sehr natürlich der unbekannte Preis von 3 Pfund zu dem Preis von 18 Pfund, wie sich die Anzahl dieser Pfunde selbst zu einander verhalten. Oder mit andern Worten: Der Preis von 3 Pfunden ist eben so oft in dem Preise von 18 Pfunden enthalten, als oft die 3 Pfund selbst in 18 Pfunden stecken. Es ist daher der Ansatz ohne weiters:

$$? : 10 = 3 : 18$$

$$\frac{\overset{5}{\cancel{10}} \times \cancel{3}}{\underset{\underset{3}{\cancel{6}}}{\cancel{18}}} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}\text{ fl.}$$

Ein andrer Rechnungsfall. *Wie viele Eimer bekömmt man für* 9600 fl., *wenn* 5 *Eimer um* 360 fl. *gekauft werden?* So oft hier die zu kaufenden Eimer in 5 Eimer enthalten sind, so oft steckt auch die Summe 9600 fl. in 360 fl. Es ist nämlich der Quotient überall ein Bruch, wie man leicht abnehmen kann. Es gilt demnach auch hier die Proportion:

$$? : 5 = 9600 : 360$$

$$\frac{5 \times \overset{\overset{8}{\cancel{16}}}{\cancel{9600}}}{\underset{\underset{3}{\cancel{6}}}{\cancel{360}}} = \frac{400}{3} = 133\frac{1}{3}\text{ Eimer.}$$

§. 116. Behandlung solcher Rechnungsfälle nach der allbeliebten Reesischen Regel.

Herr von Rees, ein Holländer, der in der Mitte des vorletzten Jahrhunderts lebte, suchte dieser Methode, Proportionen anzusetzen, eine bequemere Wendung zu geben, indem er die Bruchform so stellte, daß der Querstrich zum Senkstrich umgeschaffen wurde, und die Faktoren des Zählers zur Rechten desselben, folglich der Nenner oder der Divisor zur Linken zu stehen kam. Er fieng demnach den Ansatz mit dem mangelnden Gliede in Gestalt einer Frage an, setzte rechts daneben jene Zahl, die die Frage veranlaßt, links kam die Zahl zu stehen, die gleiche Benennung mit der Fragezahl hat, und rechts daneben das vierte Glied, welches, wenn der Ansatz vollkommen geschlossen ist, gleichen Namen mit dem mangelnden Gliede ausspricht. Obige Aufgabe: Was kosten 3 ℔, wenn 18 ℔ für 10 fl. bezahlt werden? bekömmt nun folgende Stellung:

fl. ?	3 ℔
℔ 18	10 fl.

Die Sprechform dabey ist diese: Wie viel Gulden kosten 3 ℔, wenn 18 ℔. 10 fl. kosten?

Obiges zweyte Beyspiel lautet folgendermaßen: Wie viele Eimer bekömmt man für 9600 fl., wenn man für 360 fl. 5 Eimer erhält?

E. ?	9600 fl.
fl. 360	5 Eimer.

Man sieht schon aus diesen beyden Ansätzen, daß die gleichnamigen Glieder zu beyden Seiten des Senkstriches vertheilt werden, und daß jene Be-

nennung allemal den Satz schließt, die ihn mit dem Fragezeichen anfängt.

Weil nun der ganze Ansatz einen Bruch vorstellt, wo sich links der Nenner befindet, so können, wenn es angeht, auf beyden Seiten die Zahlen nach Belieben abgekürzt, und die Quotienten herabgesetzt werden. Nur die Einser, weil sie weder dividiren noch multipliciren, pflegt man ganz wegzulassen.

Die 2 bereits gemachten Ansätze werden folglich so ausgearbeitet:

: 3	fl ?	3 ℔.
	~~18~~	~~10~~ fl.
: 2	~~6~~	5
	3	

$$\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}\text{ fl.}$$

	E. ?	~~9600~~ fl.	
: 6 fl.	~~360~~	5 E.	
	~~6~~	~~160~~	
: 2	3	80	
		~~111~~	
		~~400~~	$133\frac{1}{3}$ Eimer.
		333	

§. 117. Ergänzung einiger Reesischen Ansätze durch die gewöhnlichen Unterabtheilungen des Geldes, Gewichtes, Maases u. dgl.

Sehr oft fügt es sich, daß entweder in der Mitte oder am Ende eines Reesischen Ansatzes Lücken entstehen, wenn bloß die Zahlen, welche die Aufgabe enthält, genommen werden. Diese Lücken müssen dann durch die bekannten Unterabtheilungen, die dazwischen Statt haben, ausgefüllt werden.

Folgendes Beyspiel wird das Gesagte begreiflich machen.

Ein Specereyhändler verschreibt sich 8 Zentner Gewürz, wovon ihm 6 Loth als Muster für 42 Kr. angerechnet werden; wie hoch wird ihm diese Lieferung zu stehen kommen? Diese Aufgabe enthält 3 Zahlen für den Ansatz, die schlecht zusammenhängen; denn er stünde so da:

? fl.	8 Zt.
Loth 6	42 Kr.

Hier muß also zwischen Zentner und Loth, und am Ende zwischen Kreutzer und Gulden, die in der Frage stehen, die gehörige Verbindung hergestellt werden, und der vollständige Ansatz wird die Sprechform: Wie viel Gulden kosten 8 Zentner, da 1 Zentner 100 ℔, 1 ℔. 32 Loth hat, und 6 Loth 42 Kr. kosten und 60 Kr. 1 fl. ist? und die Stellung nebst Berechnung erhalten:

	fl. ?	8 Zt.
	Zt. 1	100 ℔.
	℔. 1	32 Loth
: 6	L. 6	42 Kr.
: 2	Kr. 60	1 fl.
	3	7
		16
		112
		8
		8960
		10

222	
8960	$2986\frac{2}{3}$ fl.
3333	

Beweis:

Führt man diese Aufgabe auf eine geometrische Proportion zurück, so muß gefolgert werden: Das Geld, welches 5 Zentner kosten, ist in dem Geld, welches 6 Loth kosten, so oft enthalten, als oft 5 Zentner in 6 Loth enthalten sind, obgleich hier nur ein Bruch den Quotienten vorstellt. Da nun die Zahlen, welche in einander enthalten seyn sollen, kraft des Divisionsgesetzes gleiche Benennung haben müssen, so ist hier vor allem nothwendig, daß die 42 Kr. durch die Unterstellung des Nenners 60 zu Gulden, und die 5 Zentner durch die Multiplikation mit 100 und 32 zu Loth gemacht werden. Die Skizze des Proportionsansatzes fällt demnach so aus:

$$\overset{\text{fl.}}{?} : \overset{\text{fl.}}{\frac{42}{60}} = \overset{\text{Loth}}{5 \times 100 \times 32} : \overset{\text{Loth}}{6}$$

$$\frac{42 \times 5 \times 100 \times 32}{60 \times 6}$$

Daraus erhellet nun sonnenklar, daß der aus der Proportion hervorgehende Bruch die nämlichen Faktoren im Zähler wie der Reesische Ansatz zur Rechten, und eben die Faktoren im Nenner wie der bemeldte Ansatz zur Linken habe.

Noch ein Paar solcher Aufgaben zur Versinnlichung.

1. **Wie viele Schäffel Weizen können mit 2840 fl. angekauft werden, wenn 3 Metzen 16 fl. 22 Kr. kosten?**

Ansatz und Berechnung:

```
        Sch ? | 2840 fl.
         fl. 1 | 60 Kr.
  fl. 16 Kr. 22 | 3 Metzen
:6      (M. 6 | 1 Sch.
        ------+--------
:2       982 | 10
         491 | 1420
                  3
        ---------------
               4260
                 10
              --------
              42600 | 86 374/491 Schäffel.
                491 |
               3928
              -----
               3320
                491
               2946
              -----
                374
```

2. Jemand bestellt von einer Sorte Papier, wo der Bogen auf 5 Heller kömmt, 3 Ballen; was wird der Betrag seyn?

Ansatz und Berechnung:

```
        fl. ? | 3 Ballen
         B. 1 | 10 Rieß
         R. 1 | 20 Buch
         B. 1 | 24 Bogen
         B. 1 | 5 Heller
         H. 8 | 1 Kr.
:6      K. 60 | 1 fl.
        ------+------
  4         2 | 4
:2            | 10
                 5
              -----
                50
                 3
              -----
Antwort: 150
```

3. Es werden auf die hiesige Münz 3 Mark altes Gold geschickt. Man bietet für das Aß nicht mehr als 4 Kr. 2 Pf.; was ist der Betrag, da bekanntlich 68 Asen kölnisch auf das Quintl gehen?

Ansatz und Berechnung:

	fl. ?	3 Mark
	1	16 Loth
	1	4 Quintl
	1	68 Aß
	1	4 Kr. 2 Pf.
	4	1 Kr.
: 6	60	1 fl.
: 2	10	18
	5	3

```
    3
    8
   ---
   24
   68
  ---
  192
 144
 ----
 1632
    3
 ----
 32(1
 4896 | 975⅕ fl. oder 975 fl. 12 Kr.
 555  |
```

§. 118. Behandlung der Brüche in der Reesischen Regel.

Da die Nenner der Brüche auf der Rechten, das heißt auf der Multiplikationsseite, wahre Divisores sind, indem sie die Produkte kleiner machen, da sie hingegen eben darum auf der andern Seite das Gegentheil bewirken, so ist es am besten, dieselben auf die Gegenseite zu schreiben, und da, wo

sie sind, auszustreichen, um ihnen Gelegenheit zu geben, ihre Rollen in der That auszuführen. Gemischte Zahlen müssen daher vor allem in uneigentliche Brüche verwandelt werden, damit man ein Gleiches mit ihnen vornehmen kann.

Ein Beyspiel hierüber: **Was kosten $9\frac{1}{2}$ Ellen Tuch, wenn $\frac{2}{3}$ Ellen für $1\frac{5}{6}$ fl. bezahlt werden?**

Ansatz und Berechnung.

fl. ?	$9\frac{1}{2}$ Ellen.
E. $\frac{2}{3}$	$1\frac{5}{6}$ fl.
2	19
6	11
:3 2	3
4	19
2	
819	

4(1	
209	$26\frac{1}{8}$ fl. oder 26 fl. 7 Kr. 2 Pf.
88	

Beweis:

Man führe nur das Beyspiel wieder auf eine geometrische Proportion zurück, so wird sich bey der Auflösung derselben die nämliche Stellung der Faktoren ergeben.

$$? : 1\frac{5}{6} = 9\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$$

$$? : \frac{11}{6} = \frac{19}{2} : \frac{2}{3}$$

$$\frac{\frac{11}{6} \times \frac{19}{2}}{\frac{2}{3}} = \frac{11}{\not{6}_{2}} \times \frac{19}{2} \times \frac{\not{3}}{2}$$

$$= \frac{209}{8} = 26\frac{1}{8} \text{ fl.}$$

Ein anders Beyspiel: **Was kosten $\frac{3}{4}$ tt. von einer Waare, wo $1\frac{7}{8}$ Zentner für $153\frac{1}{3}$ fl. bezahlt werden?**

Ansatz und Berechnung:

	Kr. ?	$\frac{3}{4}$ tt.
	100	1 Zt.
	$1\frac{7}{8}$	$153\frac{1}{3}$ fl.
	1	60 Kr.
	3	460
	4	8
:4	15	2
:5	5	2

$$:46$$
$$2$$
$$\overline{92}$$
$$2$$
$$\overline{3}$$

184	$36\frac{4}{5}$ Kr.
55	

§. 119. Von der Probe der Reesischen Regel.

Man hat zwey Methoden, sich zu überzeugen, ob man in der Berechnung eines Reesischen Ansatzes keine Fehler begangen habe. Man nennt die erste die Umkehrung des Exempels, und die zweyte die aufgehende Probe.

Die erste besteht darin, daß man einen von den bekannten Sätzen als unbekannt ansieht, und denselben aus der erhaltnen Antwort und aus den übrigen Sätzen mittels eines neuen Reesischen Ansatzes berechnet. Kömmt dieser Satz genau heraus, so ist die Rechnung richtig, wo nicht, so muß sie aufs Neue gemacht werden. Nehme man z. B. die ersten 2 Exempel §. 116 her, wo im ersten die Antwort $1\frac{2}{3}$ fl. und im zweyten $133\frac{1}{3}$ Eimer war. Man soll im ersten die 3 ℔, und im zweyten die 5 Eimer herausbringen. Die Sprechformen müssen hier natürlich so lauten:

1. Wie viele Pfund erhält man für $1\frac{2}{3}$ fl., wenn man für 10 fl. 18 Pfund bekömmt?

2. Wie viele Eimer bekömmt man um 360 fl., wenn für $133\frac{1}{3}$ Eimer 9600 fl. bezahlt werden?

Hier stehen die Rechnungen:

	℔ ?	$1\frac{2}{3}$ fl.
	fl. 10	18 ℔
:5	3	5
:3	2	6
:2		3 ℔.

	E. ?	360 fl.
	fl. 9600	$133\frac{1}{3}$ E.
:3	3	400
:6	16	120
:4	4	20
:4		5 Eimer.

Hätte man im ersten Beyspiele einen andern Satz, z. B. die 10 fl. und im zweiten Beyspiele die 360 fl. zur Probe verlangt, so wären sie ebenfalls zum Vorschein gekommen, wie man sich hier überzeugen kann.

	fl. ?	18 Pfd.		fl ?	5 E.
	3	$1\frac{2}{3}$ fl.		$1333\frac{1}{3}$	9600
		3		3	
:3	3	5		400	24
:3		6	:4		3
		2			72
		10 fl.			5
					360 fl.

Eben so leicht wäre es, einerseits die 18 Pfd. und andererseits die 9600 fl. herauszubringen.

Die aufgehende Probe schreibt den ganzen Ansatz von neuem an, und setzt in die leere Stelle statt der Fragezeichen die Antwort hin, so müssen bey der Berechnung die beyden Seiten gegen einander aufgehen. Diese Probe beruht auf der Haupteigenschaft der Proportionen, vermöge welcher das Produkt der äußern 2 Glieder gleich ist dem Produkt der mittlern 2 Glieder, folglich ebenfalls gegen einander aufgehen. Sind mehr Glieder als vier da, so sind die übrigen alle nur als Faktoren anzusehen, die zu den vier Hauptgliedern gehören. Um auch diese Probe anschaulich zu machen, wähle man als Beyspiel die Aufgabe von §. 114, wo die Antwort $2986\frac{2}{3}$ fl. erscheint. Die Behandlung derselben wird demnach diese seyn:

:8	fl. 2986 $\frac{2}{3}$	8 Zt.
:6	3	
:7	Zt. 1	100 Pfd.
:16	Pfd. 1	32 L.
:2	L. 6	42 Kr.
:3	Kr. 60	1 fl.
	8960	3
	112	7
	16	1
	8	

§. 120. Gesetzt, dieser Fall, daß bey der Abkürzung alles aufgeht, trüge sich schon bey einer wirklichen Berechnung eines Reesischen Aufsatzes zu, was wäre da die Antwort?

Bey diesem Ereigniß ist die Einheit selbst die Antwort, weil doch zu beyden Seiten der Quotient 1 stillschweigend da ist, und die Division 1 : 1 = 1 ist.

Es sey zur Beleuchtung dieses Falls folgendes Exempel gegeben: Was kostet das Pfund, wenn 9 Zentner für 15 fl. verkauft werden?

Ansatz und Berechnung:

	Kr. ?	1 Pfd.
:5	Pfd. 100	1 Zt.
:2	9	15 fl.
:3	1	60 Kr.
:3	2	3
	3	3
		Antw. 1 Kr.

§. 121. Eben so möglich wäre es, daß bey der Abkürzung zwar zur Rechten alles aufgienge, aber noch zur Linken eine Zahl bliebe; was wäre in einem solchen Fall die Antwort?

Da zur Rechten aus obigem Grunde wenigstens 1 als Quotient vorhanden seyn muß, so muß gleich-

wohl diese Einheit als der Dividend, oder als Zähler betrachtet werden, dessen Nenner die zur Linken übriggebliebene Zahl ist. Hier ist wieder ein Beyspiel darüber.

Wie viele Zentner bekömmt man um 10 fl., wenn von einer Waare das Pfund 24 Kr. kostet?

Ansatz und Berechnung:

	Z. ?	10 fl.
	fl. 1	60 Kr.
; 6	Kr. 24	1 Pfd.
	Pfd. 100	1 Zt.
	4	Antw. $\frac{1}{4}$ Zt.

Man überzeuge sich von der Richtigkeit dieser und der vorigen Antwort durch eine der beyden Proben.

§. 122. Kürze Zusammenstellung aller zu beobachtenden Punkte der Reesischen Regel.

1. Man ziehe allererst einen Senkstrich und fange mit der Frage linker Hand an, indem man den Namen der mangelnden Zahl mit dem Fragezeichen hinsetzt.

2. Jenseits des Striches gerade hinüber schreibe man jene Zahl der Aufgabe an, welche die Frage veranlaßt, oder wegen welcher man fragt.

3. Man wiederhole die Benennung der so eben niedergeschriebnen Zahl auch auf der linken Seite, und bringe damit einen Satz in Verbindung, der entweder schon in der Aufgabe enthalten ist, oder aber aus den bekannten Abtheilungen des Maaßes, Geldes oder Gewichts genommen werden muß.

4. Man setze diese kettenartige Verbindung so lange fort, bis zur Rechten eine Zahl erscheint, welche eben die Benennung hat, wie oben zur Linken die

leere Stelle mit dem Fragezeichen, und schließe das Ganze durch eine Querlinie.

5. Finden sich irgendwo im Ansatze Brüche vor, so werden die Nenner ausgestrichen und unter den gezognen Querstrich auf die Gegenseite gesetzt. Gemischte Zahlen muß man zuvor in uneigentliche Brüche verwandeln, um diese gegebne Regel an ihnen ausüben zu können.

6. Erblickt man links und rechts irgendwo gleiche Zahlen, so streiche man sie ohne Bedenken paarweise weg.

7. Man darf auch zu beiden Seiten gleich viele Endesnullen tilgen.

8. Läßt sich im Sinne eine Zahl ausfindig machen, mit der man zwey Sätze links und rechts ohne Rest dividiren kann, so mag man der Abkürzung wegen diese Division in Gedanken wirklich vornehmen, die dividirten Zahlen ausstreichen und die Quotienten herabsetzen.

9. Am Ende werden die zur Rechten übriggebliebnen Zahlen ineinander multiplicirt, desgleichen auch die zur Linken, und dann wird das Produkt zur Rechten durch das zur Linken dividirt. Der Quotient ist die Antwort, und zwar in der nämlichen Benennung, die die leere Stelle zu oberst im Ansatze mit dem Fragezeichen hat.

10. Ist links alles aufgegangen, so vertritt das Produkt zur Rechten die Stelle der Antwort.

11. Ist rechts alles aufgegangen, dann hat man zur Antwort einen Bruch, dessen Zähler 1 und der Nenner der Divisor zur Linken ist.

12. Geht zu beyden Seiten alles auf, dann muß die Einheit als Antwort hingeschrieben werden.

13. Die Probe wird gemacht, wenn man entweder das Exempel umkehrt, oder statt des Fragezeichen in die oberste leere Stelle die Antwort hineinschreibt, in welchem Falle beyde Seiten gleiche Produkte geben müssen.

Anwendung aller dieser Regeln in nachstehender Aufgabe:

Ein Marquetender gewinnt bey jedem Vierling Rauchtabak 11 Kr. 2 Pf. Er verkaufte einst in kurzer Zeit $3\frac{5}{8}$ Zt., was ist sein Gewinn?

Ansatz und Berechnung:

	fl. ?	$3\frac{5}{8}$ Zt.
		8
	1	100 Pfd.
	1	4 Vierl.
	1	11 Kr. 2 Pf.
	4	1 Kr.
	60	1 fl.
:2	8	46
:2	4	29
	2	23
		5
	12	115

115
29
1035
230
3335 | $277\frac{11}{12}$ fl. oder 277 fl. 55 Kr.
12
24
93
12
84
95
12
84
11

Man mache die Probe zuerst durch Umkehrung des Beyspiels, dann auch die aufgehende Probe.

I.

Kr. ?	1 Vierl.
4	1 Pfd.
100	1 Zt.
$3\frac{5}{8}$	$277\frac{11}{12}$ fl.
1	60 Kr.
29	8
12	3335
2	4 (29
2	667 | $11\frac{1}{2}$ Kr.
58	58
	87
	58
	29

II.

fl. $277\frac{11}{12}$	$3\frac{5}{8}$ Zt.
1	100 Pfd.
1	4 V.
1	11 Kr. 2 Pf.
4	1 Kr.
60	1 fl.
3335	12
8	29
4	46
2	2
	5
667	23
	29
	207
	46
	667

Beyspiele zur Reesischen Regel nach den bisher gegebnen Vorschriften.

I.

Es ist eine astronomische Bemerkung, daß zwischen 4 sichtbaren Mondsfinsternissen gemeiniglich immer auch 11 dergleichen Sonnenfinsternisse hineinfallen. Nun fand man durch Rechnung, daß sich vom Jahr 1774 bis 1900 für Paris 21 sichtbare Mondsfinsternisse ereignen, wie viel mögen wohl während dieser Periode solche Sonnenfinsternisse Statt haben?

Ansatz und Berechnung:

Sonnenf. ? | 21 Mondsf.
4 | 11 Sonnenf.

21
21 (3

~~231~~ | 57 bis 58 Sonnenfinsternisse.
~~44~~ |

Probe durch Umkehrung:

Mondsf. ? | ~~57~~ $\frac{3}{4}$ Sonnenf.
11 | 4
4 | 231 | 21 Mondsfinsternisse.
11
22
11
11
—

II.

Am 9ten August 1794 wurde die Güte der Burglengenfeldischen Flintensteine im Nordgau im Regenkreise in Baiern in Gegenwart der kurfürstl. Kommandantschaft untersucht. Man feuerte mit ausländischen Steinen 2325 mal, und es versagten 534 derselben. Hingegen als man mit Burglengenfeldischen 2548 mal feuerte, versagten nur 360; wie oft hätten an ihrer Stelle die ausländischen versagt?

Ansatz und Berechnung;

```
      Wie viel? | 2548 Feuerung
           2325 | 534  versagten
:3          775 | 178
                |
                   2548
                    178
                  -----
                  20384
                 17836
                 2548
               -------
                 453544 | 585 169/775 Steine, die
                 775 ··   |           versagt hätten.
                3875
               -----
                 6604
                  775
                 6200
                 ----
                  4044
                   775
                  3875
                  ----
                   169
```

Aufgehende Probe:

```
     Stück 585 169 | 2548 Feur.
               775 |
        F.    2325 | 534
              ---- | ---
:3          453544 | 775
               775 | 178
:2          226772 |  89
:4           56693 | 637
:7            8099 |  91
                   |  89
                     ----
                     819
                    728
                    ----
                    8099
```

III.

Von der besten Sorte dieser Flintensteine kostet das Tausend 9 fl. Ein Landkrämer nimmt 20 Dutzend davon, was muß er bezahlen?

Ansatz und Berechnung:

fl ?	2Ø Dutzend
1	12 Stück
100Ø	9 fl.
	108
	2
fl. 2	16
	60
Kr. 9	60
	4
Pf. 2	40 $= \frac{4Ø}{10Ø} = (2\ \frac{2}{5}$ Pf.

Antw. 2 fl. 9 Kr. $2\frac{2}{5}$ Pf.

Probe.

	fl. ?	1ØØØ St.
	12	1 Dutz.
	2Ø	2 fl. 9 Kr. $2\frac{2}{5}$ Pf.
	4	1 Kr.
	6Ø	1 fl.
:5	5	2592
:6	2	2
:4		432
:6		108
:2		18
		9 fl.

IV.

Es ist aus Versuchen bekannt, daß aus 1. Pfund Erdmandeln 7 Pfund köstliches Oel erzielt werden können. Ein Großhändler wünscht zu einer Spekulation $1\frac{3}{4}$ Zentner dieses Oels zu gewinnen; wie viel muß er Erdmandeln dazu haben?

Ansatz und Berechnung:

	Erdmandeln Zt. ?	~~1~~ $\frac{3}{4}$ Zt. Oel.
	1	~~100~~ Pfd.
	7	~~12~~ Pfd. Erdmand.
:4	~~100~~	1 Zt.
	4	7
		Antwort 3 Zt.

Probe:

	Oel Pfd. ?	~~12~~ Pf. Erdmand.
	~~100~~	1 Zt.
	3	~~1~~ $\frac{3}{4}$ Zt. Oel.
	1	~~100~~ Pfd.
:4	4	7
:3		3
		Antwort 7 Pfd.

V.

Kaiser Karl der Große schenkte einen goldnen Kelch nach Rom, der 58 Pfund schwer war. Welchen Werth hatte er nach dem heutigen Konventionsfuß, da die Mark Silber 24 fl. gilt und Gold $14\frac{10}{27}$ mal so viel werth ist als Silber?

Ansatz und Berechnung:

```
fl. ? | 58 Pfd. Gold.
       |     10
    1  | 14 ----  Pd. Silber.
       |     37
    1  | 2 Mark
    1  | 24 fl.
 ------|--------
   37  | 528
            24
         -----
          2122
         1056
         -----
         12672
             2
         -----
         25344
            58
        ------
        202752
        126720
       -------
       1469942 | 39728 16/37 fl.
       37....  |
       111
       ---
        359
         37
        333
        ---
        269
         37
        259
        ---
         105
          37
          74
         ---
         312
          37
         296
         ---
          16
```

Probe:

Man rechne z. B. wie viel Mark das Pfund hat.

	M. ?	1 Pfd. Silber.
	14 $\frac{10}{37}$	1 Pfd. Gold.
	58	39728 $\frac{16}{37}$ fl.
	24	1 Mark
:4	528	37
:4	37	1469952
	132	367488
:3	33	91872
:6	11	30624
:4	4	5104
:2	29	1276
:11		638
:29		58
		2 Mark.

VI.

Eine Strecke Weges von 20976 Schuhen soll in eine Allee umgeschaffen werden, so daß von 24 zu 24 Schuh ein Paar Bäume zu stehen kömmt; wie viel Bäume müssen verschrieben werden?

Ansatz und Berechnung:

	B ?	20976 Sch.	
	24	2 B.	
:2	12	20976	1748 Bäume.

```
12
--
 89
 12
 84
 --
  57
  12
  48
  --
   96
   12
   96
```

Aufgehende Probe:

```
        Bäume 1748 | 20976 Sch.
:2             24 | 2 B.
              ----|-----
:4            874 |
:6              6 | 5244
                  | 874
```

VII.

Der Planet Jupiter braucht zu einer Umwälzung um seine Achse 9 Stunden, 56 Minuten, hingegen zu seinem Umlauf um die Sonne 4332 Tage, 14 Sunden und $27\frac{1}{10}$ Minuten. Wie viele Umwälzungen um seine Achse macht dieser Planet, während er einmal um die Sonne herum kömmt?

Ansatz und Berechnung:

```
 Umwälz. ? | 4332 T. 14 St. 27 1/10 M.
St. 9 M. 56 | 1 Umwälzung.
     ------ | --------
        596 | 62389471 | 10468 19/5960 Umwälzung.
         10 | 596    0 |
            | --------
            |  2789
            |   596
            |  2384
            |  ----
            |   4054
            |    596
            |   3576
            |   ----
                4787
                 596
                4768
                ----
                  19
```

Probe:

T. ?	$10468\frac{191}{5960}$ Umwälzungen.	
1	9 St. 56 M.	
60	1 St.	
24	1 Tag	
:596 5760	62389471	
10	596	
	62389471 | 6238947(7 | 103982	541(2
	1 0 | 666666 0 |	

103982 | 4332 T. 14 St. $27\frac{1}{10}$ Min.

```
 24
 96
 ──
  79
  24
  72
  ──
   78
   24
   72
   ──
   62
   24
   48
   ──
   14
```

VIII.

Welches Gewicht hat eine Klafter Tannenholz, welche ihrer vielen Zwischenräume wegen nur auf $85\frac{3}{4}$ bairische Kubikfuß gerechnet werden darf; da der bairische Kubikfuß von diesem Holze $24\frac{1}{2}$ Münchnerpfund wiegt?

Ansatz und Berechnung:

Zt.	$85\frac{3}{4}$ bairische Kubikf.	
1	$24\frac{1}{5}$ Pfd.	
100	1 Zt.	
5	121	
4	343	
2000	363	
	484	
	363	
	41503	$20\frac{3}{4}$ Zt. allernächstens.
	2 000	

Probe:

Pfd.	1 Kubikf.		
$85\frac{3}{4}$	$20\frac{41503}{2000}$ Zt.		
1	100		
:4 2000	41503		
343	4		
5	41503	12(1	$24\frac{1}{5}$ Pfd.
	343	55	
	720		
	343		
	686		
	343		
	343		

—

IX.

Ein Landmann führt $53\frac{1}{3}$ Schäffel Fesen (Spelt oder Dinkel) auf die Schälmühle; wie viel

wird er Kern bekommen, da 16 Schäffel ungeschälten Fesens gewöhnlich 7 Schäffel Kern geben?

Ansatz und Berechnung:

```
        Sch. K ? | 53 1/3 Sch. F.
              16 | 7 Sch. K.
:16            3 | 160
                 |  10
                 |  1(1
                 |  70 | 23⅓ Schäffel Kern.
                 |  33 |
```

Probe:

```
       Sch. F. ? | 23 1/3 Sch. K.
               7 | 16 Sch. F.
:7             3 | 70
                 |  10
                 |
                 |  1(1
                 |  160 | 53⅓ Schäffel Fesen.
                 |  33  |
```

X.

Die Länge der amerikanischen Insel Kuba beträgt nach der dasigen Benennung 235 Leguas. Wie viel giebt dieß deutsche Meilen, da $17\frac{1}{2}$ Leguas eben so gut als 15 deutsche Meilen auf einen Aequatorsgrad gehen?

Ansatz und Berechnung:

	D. Meil?	235 Leguas
	$17\frac{1}{2}$	1 Grad
	1	15 deutsche Meilen.
:5	35	2
	7	3
		6
	(3	
	1410	$201\frac{3}{7}$ deutsche Meilen.
	777	

Probe:

	Leguas?	$201\frac{3}{7}$ D. M.
	15	1 Grad
	1	$17\frac{1}{2}$ Leguas
	2	35
:7	7	1410
:5	3	5
:3		470
:2		235 Leguas.

XI.

Um $36\frac{1}{10}$ Tagwerk Winterfeld bestellen zu können, werden 15 Schäffel Saamen erfordert. Irgend ein aufgehobnes Kloster in Baiern besaß $182\frac{1}{2}$ Tagwerk Winterfeld; wie viel hatte man Saamen dazu nöthig?

Ansatz und Berechnung:

```
     Sch. ? | 182 1/2 Tagw.
   36 1/10  | 15 Schäffel.
  ----------|------
       361  | 10
         2  |   365
  ---------    150
       722    -----
               1825
               365 (2
              ------
              54750 | 75 300/361 oder 75 5/6 Schäffel
               722  |            beinahe.
              5054
             ------
              4210
               722
              3610
             ------
               600
```

Probe durch Umkehrung:

```
       Sch. ? | 36 1/10 Tagw.
     182 1/2  | 75 300/361 Schäffel.
    ----------|----------
         361  | 27375
          10  |   361
 : 5     365  |     2
 : 5      73  | 5475
           2  |   1095 | 15 Schäffel.
                   73  |
                 -----
                  365
                   73
                  365
                 -----
                    0
```

XII.

Man darf rechnen, daß aus einem mittelmäßigen Wald von $22\frac{1}{3}$ Tagwerk jährlich 6 Klafter Brennholz geschlagen werden dürfen. Nun enthält der sogenannte Anzingerforst 14400 Tagwerk; wie viele Klafter können jährlich daraus geschlagen werden?

Ansatz und Berechnung:

Kl. ?	14400 Tagw.
$22\frac{1}{3}$	6 Kl.
67	3

14400
18
1152
144
259200 | $3868\frac{44}{67}$ Klafter.
67
201
582
67
536
460
67
402
580
67
536
44

Probe, wo die Zahl $22\frac{1}{3}$ hervorgebracht werden soll:

```
          Tagw. ? | 6 Kl.
         3868 44/ | 14400 Tagw.
              67  |
        --------- | -----
:6        259200  | 67
:4           432  |
             108  | 36
:9            12  | 4
:4             3  |
                          (1
                          67 | 22 1/3 Tagw.
                          33 |
```

XIII.

Das kostbare Denkmal, worin zu Rom der Stuhl Petri aufbewahrt wird, kam auf 107551 Skudi zu stehen; was macht dieß nach unserm Gelde, da 100 Skudi 252 fl. rheinisch werth sind?

Ansatz und Berechnung:

```
   fl. ? | 107551 Skudi
    100  |    252 fl.
         ----------
          215102
         537755
        215102
     ------------
       271028 | 52
              |  60
          ----------
            31 | 20
```

Antwort 271028 fl. $31\frac{1}{5}$ Kr.

Probe durch Umkehrung, so daß 100 Skudi erscheinen:

```
          Skudi ? | 252 fl.
                1 | 60 Kr.
fl. 271028 × 31 ⅕ | 107551 Skudi
                5 |
        ----------|----------
        81308556  |        5
                  |  ---------
                  |   537755
                  |      252
                     ---------
                     1075510
                    2688775
                   1075510
                  -----------
                   135514260
                          60
               ---------------
                  8130855600 | 100 Skudi.
                  81308556   |
```

XIV.

Wie viel Metzen Rockenmehl erhält man im Durchschnitt aus einem Schäffel Korn, da dieses Mehl, Versuchen zufolge, 245 Pfund beträgt, und ein Dreyßger 26 Loth, $1\frac{1}{4}$ Quintl wiegt?

Ansatz und Berechnung:

```
    Metzen? | 245 ℔.
          1 | 32 Loth.
          1 | 4 Quintl
L. 26 Q. 1 ¼| 1 Dreyßger
          4 |
         32 | 1 Metzen
   ---------|--------
        421 | 4
              245
               16
           -------
             1470
             245
          ---------
             3920 | 9 5/16 Metzen allernächstens.
              421 |
             3789
           -------
              131
```

Probe, wodurch 4 Quintl kommen sollen:

	Q. ?	1 Loth
	32	1 ℔
	245	$9\frac{131}{421}$ M.
	1	32 Dr.
	1	26 Loth $1\frac{1}{4}$ Q.
:5	4	421
:4	421	3920
:7	49	784
:7	7	196
		28
		4 Quintl.

XV.

Wie viele Pfund Brod können aus einem Schäffel Roggen gebacken werden, da nach angestellten Versuchen 100 Pfd. Mehl $133\frac{1}{2}$ Pfd. wohl ausgebacknes Brod geben, und das Schäffel Roggen 245 Pfd. Mehl liefert?

Ansatz und Berechnung:

℔ Brod ?	245 ℔ Mehl.
100	$133\frac{1}{2}$ ℔ Brod.
2	267
	245

1335
1068
534

65415	$327\frac{3}{20}$ ℔ Brod.
22200	

Aufgehende Probe:

```
      327 3/40 | 245
           100 | 133 1/2
       --------|--------
:2           2 | 267
:2       13083 |  40
:5           5 |   2
:7             |  49
:7        1869 |   7
           267 |
```

XVI.

Welches Gewicht hat eine Million Gulden in Carolins, da 9 Stück derselben 5 bairische Loth wägen?

Ansatz und Berechnung:

```
       Zt. ? | 1000000 fl.
          11 | 1 Carol.
           9 | 5 Loth
          32 | 1 ℔
:8       100 | 1 Zt.
       ------|------
:2         4 | 1250
           2 |  625
           9 |    5
        ----   -----
          18   3125 | 15 Zentner!
          11    198 |
        ----   -----
          18   1145
          18    198
        ----    990
         198   -----
                155
                 100(2
             ----------
               15500 | 78 28/99 Pfd.
                 198 |
                1386
               ------
                1640
                 198
                1584
               ------
                  56
```

Probe, wodurch die 11 fl. zum Vorschein gebracht werden?

```
:9                 fl. ? | 1 Carol.
:5                     9 | 5 Loth
:8                    32 | 1 Pfd.
                      28 |
   Zt. 15 Pfd. 78     99 | 1000000
                         | 99
                  156250 | 11
                    3125 | 12500
:4                     4 | 3125
                         |   11 fl.
```

XVII.

Um den Unterschied des Goldes zu sehen, rechne man auch das Gewicht einer Million Gulden in Dukaten zu 5 fl. 30 Kr., da 804 Stück derselben genau 5 bairische Pfund wägen?

Ansatz und Berechnung;

```
          Zt. ? | 1000000 fl.
          5 1/2 | 1 Duk.
:4          804 | 5 Pfd.
            100 | 1 Zt.
          -----   -----
            201 | 2500
             11 |    2
          -----   -----
            201 | 5000
            201 |    5
          -----   -----
           2211 | 25000 | 11 Zentner
                   2211 |
                  -----
                   2890
                   2211
                  -----
                    679
                    100
                  -----
                  67900 | 30 1570/2211 Pfd. oder sehr nahe
                   2211 | 30 7/10 Pfd.
                   6633
                  -----
                   1570
                   2211
```

Probe, wodurch 100 Pfund herausgebracht werden sollen:

	Pfd. ?	1 Zt.
	$11\frac{679}{2211}$	1000000 fl.
	$5\frac{1}{2}$	1 Duk.
	804	5 Pfd.
	25000	2211
:11	11	2
:5	5	201
:2	402	200
:201	2	100 Pfd.
:5		
:2		

XVIII.

Im Jahr 1805 mußte der Brandversicherungsfond in Baiern und den beyden Pfalzen eine Summe von 159368 fl. 14 Kr. vergüten. Was traf auf das Hundert Gulden vom ganzen Versicherungskapital, das in diesem Jahre bereits zu 109496675 fl. angewachsen war?

Kr. ? | 100 fl.
109496675 | 159368 fl. 14 Kr.
60

9562094
100

956209400 | 8 Kr.
109496675 |
875973400

80236000
8

641888000 | 5
109496675 |
547483375

94404625

Man bestimme den Werth dieses Bruches durch Annäherung:

109496675 | 1
94404625 |

15092050

94404625 | 6
15092050 |
90552300

3852325.

	1,	6,	4 ...
$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{1}$,	$\frac{6}{7}$,	$\frac{25}{29}$ ...

15092050 | 3 bis 4
3852325 |
11556975

Also ist der Betrag vom Hundert 8 Kr. $5\frac{25}{29}$ Häller.

Annäherungsprobe, wo man für den großen Hällerbruch nur $\frac{6}{7}$ Häller nimmt, wie im General-Conspett steht.

fl ? | 1009496675 fl.

100 | 8 Kr. $5\frac{6}{7}$ Hl.

8 | 1 Kr.

60 | 1 fl.

:5 7 | 489

:5 20 | 21899335

:3 4 | 4379867

20 | 163

56 | 13139601

80 26279202

4379867

4480 713918321 | 159356.

448 0 |

2659

448

2240

4191

448

4032

1598

448

1344

2543

448

2240

3032

448

2688

344

60

20840 | 46

448 |

1792

2920

448

2688

232

Es kömmt demnach um 11 fl. 28 Kr. zu wenig heraus. Nimmt man hingegen den Bruch $\frac{25}{29}$ Hl., so fehlen nur etliche wenige Kreuzer, wie aus angeschloßner Rechnung erhellet.

```
          fl. ? | 109496675 fl.
            100 | 8 Kr. 5 25/29 Hl.
              8 | 1 Kr.
             60 | 1 fl.
        --------|--------
 : 2         29 | 2026
 : 5          4 | 1013
 : 5         20 | 21899335
              4 |     4379867
      29        |        1013
       4           ----------
     ----            13139601
     116            4379867
       4           4379867
     ----        -------------
     464          4436805271 | 159368 fl.
      60           2784     0|
    -------      --------
    27840          16528
                    2784
                   13920
                  -------
                   26080
                    2784
                   25056
                  -------
                    10245
                     2784
                     8352
                   -------
                     18932
                      2784
                     16704
                   -------
                      22287
                       2784
                       2272
                     ------
                        15
```

XIX.

Wie viel bairische Loth hält das ehemalige Nürnbergerpfund, welches bekanntlich nur 10610 holländische Asen schwer ist, da das bairische Pfund 11682 derselben wiegt? (Jetzt ist das Nürnberger Gewicht mit dem bairischen gleichgestellt.)

Ansatz und Berechnung:

	Bair. Loth ?	~~10610~~ Asen
	~~11682~~	1 bair. Pfd.
	1	32 Loth.
: 2	5841	5305
		32

10610

15915

169760	$29\frac{371}{5841}$, oder sehr nahe
5841	29 Loth $\frac{1}{4}$ Quintl.

11682

52940

5841

569

371

Probe, woraus die Zahl 32 entspringen soll:

	Loth?	1 Pfd. bair.
	1	11682 Aen
	10610	1 Nürnb. Pfd.
	1	$29 \frac{371}{5841}$ bair. Loth.
	5841	169760
:3	1947	3894
:3	649	1298

1061	16976
649	1298
9549	135808
4244	152784
6366	33952
	16976
688589	22034848 | 32 Loth.
	688589
	2065767
	1377178
	688589
	1377178

—

XX.

Wie groß ist das Gefäll der ganzen Isar, da jede 1000 Schuh dieses Bergstroms $25\frac{3}{5}$ Zoll Fall haben, und der ganze Rinnsal von der tyrolischen Gränze bis zur Vereinigung mit der Donau $34\frac{1}{2}$ Meilen Länge hat? Die Meile ist hier zu 25406 bairischen Schuhen gerechnet.

Ansatz und fernere Behandlung:

	Bair. Sch. ?	$34\frac{1}{2}$ Meilen.
	1	25406 bair. Sch.
	1000	$25\frac{3}{5}$ Zoll.
	12	1 Schuh bair.
:3	5	128
:4	2	69
:2	4	23
		32

5000 | 12703
32
25406
38109
406496
23
1219488
812992
4 (4
9349(408 | 1869 bis 1870 bairische
5555 000 | Schuh.

Dieß heißt mit Worten so viel: Könnte die Isar von der tyrolischen Gränze bis Deggendorf immer in einem wagrechten Kanal fortgeführt werden, dann würde sie höher als 5 Frauenthürme hoch in die Donau herabstürzen.

Probe, wodurch 25406 bairische Schuh herausgebracht werden:

	Bair. Sch.?	1 Meile
	$34\frac{1}{2}$	$1869\frac{4408}{5000}$ bair. Sch.
	1	12 Zoll
	$25\frac{3}{5}$	1000 bair. Sch.
	5000	9349408
:4	128	5
:3	69	2
:4	32	3
:4	23	2337352
	8	
	2	584338 | 25406

23
46
———
124
23
115
———
93
23
92
———
138
23
138
———
—

Einfache Beyspiele zur Uebung in der Reesischen Regel.

I.

Ein gewöhnliches Licht ist im Stande, in 2 Minuten 9 Maas Luft zu verderben, daß es aus-

löschen muß. Gesetzt ein wohlverschlossenes Zimmer fasse 4000 Kubikfuß, welche soviel an Raum betragen als 92160 Maas, wie lang kann ein Licht darinn brennen, bis es von selbst erstirbt?

II.

Man fand durch Versuche, daß gewöhnlich bey 775 Flintenschüssen 2 ausländische Feuersteine zerspringen. Wie viele Schüsse können wohl geschehen, bis man annehmen darf, daß ein ganzes Dutzend zersprungen sey?

III.

Der Erzherzog Karl verschrieb sich voriges Jahr aus England 44 Pferde, und mußte für das Stück 120 Karolin bezahlen; was macht diese Lieferung nach Wienergelde, da bekanntlich in Wien 6 Karolin 55 fl. werth sind?

IV.

Das Staar, ein Erzmaas am Kressenberg, hält laut Rechnung 2402* bairische Kubikzoll, und faßt gerade 1 Zentner Eisenstein; was wird das Amberger Seidel voll Eisenstein wägen, welches 7507 solcher Kubikzolle faßt?

V.

Um aus der Eselsmilch 35 Gran Milchzucker herausziehen zu können, muß man 2 Unzen derselben verwenden. Wie viel Maas brauchte man, um 1 Pfd. solchen Zuckers zu erhalten? Es hält aber die Maas Milch $1\frac{3}{4}$ Pfd.

VI.

Der Planet Mars vollendet eine Umwälzung um seine Achse in 24 Stunden, 39 Minuten und 22 Sekunden; er braucht aber, um einmal um die

Sonne herumzukommen 686 Tage, 23 Stunden, 30 Minuten. Wie oft dreht sich dieser Himmelskörper um seine Achse, bis er einmal um die Sonne herum kömmt?

VII.

Welches Gewicht hat eine Klafter Buchenholz, die in Bezug auf ihre Zwischenräume $75\frac{1}{2}$ Kubikschuh ausfüllt; da der Kubikschuh Buchenholz $37\frac{1}{2}$ bairische Pfund hält?

VIII.

Die oben angeführte Insel Kuba hat zur größten Breite 45 Leguas; was macht dieß in deutschen Meilen, da, wie schon gesagt worden ist, $17\frac{1}{2}$ Leguas 15 deutsche Meilen geben?

IX.

Aus einem Schäffel Weizen von mittlerer Güte lassen sich 142 Pfund Semmelmehl erzielen; wie viel sind dieß Metzen, da ein Dreyßger von diesem Mehl 30 Loth, 3 Quintl wiegt?

X.

Es ist aus officiellen Versuchen bekannt, daß 50 Pfund Semmelmehl 51 Pfund, 15 Loth Semmeln geben; wie viele Kreuzersemmeln können demnach von einem Schäffel Weitzen gebacken werden, da eine solche Semmel bey dem Schrannenpreise von $20\frac{3}{8}$ fl. genau $4\frac{5}{8}$ Loth wägen muß?

XI.

Jemand hatte die Geduld, die Körner von 4 Loth Weitzen mittlerer Güte zu zählen, und brachte

2760 heraus; wie viel Körner hält das Münchner Schäffel, da dasselbe im Durchschnitt 316 Pfd. wiegt?

XII.

Im Königlichen Bräuhause zu München hat man ein besondres Hopfengewicht, das man Strich nennt; 21 Strich wägen gerade 131 bairische Pfunde. Nun machte unlängst eine Hopfenlieferung $376\frac{1}{2}$ Strich; was beträgt sie nach gewöhnlichem Gewicht?

XIII.

Man darf rechnen, daß Baiern jährlich 80000 Zentner Salz absetzt, was macht dieß in Geld, da der Zentner an Ort und Stelle im Mittel für $2\frac{2}{5}$ fl. verkauft wird?

XIV.

Von gemeinem Druckpapier halten 533 Blätter im geschlagenen Zustande $\frac{73}{500}$ bairische Schuh. Wie hoch ist ein Ballen von diesem Papier?

XV.

Wie groß ist das Gefäll der Donau von Donauwörth bis an die österreichische Gränze, da sich die Länge dieses Flusses mit allen seinen Krümmungen auf 1120000 bairische Schuh erstreckt, und auf jedes Tausend Schuh 8 Zoll Gefäll gerechnet werden dürfen?

XVI.

Welches Gewicht hat eine Million Gulden in Laubthalern, da 512 Stück derselben genau 27 bairische Pfund schwer sind?

XVII.

Um den Unterschied der Silbermünzen einzusehen, rechne man, was eine Million Gulden in Conventionsthalern wiegt, da 20 Stück auf ein bairisches Pfund gehen?

XVIII.

Ein Gutsinhaber wünscht ein Sommerfeld mit $17\frac{1}{2}$ Schäffel guten Getreides anbauen zu können: wie viel Tagwerk darf er umackern, da man aus Erfahrung weiß, daß zu $7\frac{1}{5}$ Tagwerk $5\frac{1}{6}$ Schäffel Sommersaat erforderlich sind?

XIX.

Auf $9\frac{1}{6}$ Tagwerk Wiesen und Anger rechnet man im Durchschnitt 12 Fuder Altheu und 5 Fuder Grummet. Gesetzt bey einem Landgut befinden sich 60 Tagwerk Wieswachs; wie viel Fuder können jährlich beyderseits eingebracht werden?

XX.

Ungeachtet für das Jahr 1805 das Hundert Gulden vom ganzen Brandversicherungskapital laut Rechnung nur 8 Kr. $5\frac{6}{7}$ Hl. zu zahlen verbunden war, so wurden doch andrer Kosten wegen $9\frac{1}{2}$ Kr. von Hundert eingebracht. Wie hoch belief sich diese Vergütungssumme, da bekanntlich das Kapital schon auf 109496675 fl. angewachsen war?

XXI.

Eine Schuld von 754 Livres 8 Sols und 4 Pf. soll in Franken und Centimen umgeschrieben werden; was beträgt sie?

Ansatz und Berechnung:

```
Fr. ? | 754 5/12 Liv.
   81 | 80 Fr.
------|------
   12 | 9053
    3 |   20
------|------
  243 | 181060 | 745 Fr.
      | 243    |
      | 1701
        ----
        1096
         243
         972
        ----
         124
        1240
         243
        1215
        ----
          25
          100
         ----
         2500 | 10 Zentimen.
          243 |
         ----
           70
```

Antw. 745 Frank und $10\frac{70}{243}$ Zentimen.

Aufgehende Probe:

```
745 Fr. 10 70/243 | 754 5/12 Liv.
               81 | 80 Fr.
                1 | 100 Zentimen.
     -------------|------
      18106000    | 243
            12    | 9053
  9053       3    | 2
                  | 81
```

Neunzehnter Abschnitt.

Von der Reesischen Regel mit mehrern Gliedern oder vom eigentlichen Kettensatze.

§. 123. Erläuterung des Kettensatzes.

Es giebt Rechnungsfälle, die zwey oder drey Ansätze hintereinander zu fordern scheinen, um auf die eigentliche Antwort zu kommen.* Z. B. Jemand wünscht 1000 Stück Kronenthaler gegen Konventionsthaler auszuwechseln; wie viel bekömmt er dafür? Hier hält man es für nothwendig, zuerst zu berechnen, wie viele Gulden die 1000 Kronenthaler machen. Weiß man dieß, dann läßt sich durch einen zweiten Ansatz leicht bestimmen, wie viel diese Anzahl Gulden in Konventionsthalern betragen. Es muß also hier gelehrt werden, wie dergleichen Rechnungsfälle, die im gemeinen Leben, besonders aber in Handlungs- und Wechselgeschäften, häufig vorkommen, mittels eines einzigen Ansatzes abzufertigen sind.

§. 124. Regel und Grund des Kettensatzes.

Es unterscheiden sich die Ansätze dieser Art der Form nach eben nicht viel von den bisherigen; nur fällt die Verbindung der Verhältnisse, die bey einer solchen Aufgabe vorkommen, noch kettenartiger aus, und es muß die Regel streng befolgt werden, daß man auf der linken Seite immer mit einer Zahl anknüpfe, die gleiche Bennnung mit der zur Rechten gegenüberstehenden hat, bis endlich rechts eine Zahl erscheint, die vollkommen gleiche Benennung mit der anfänglich leeren Stelle zur Linken hat. Um alles dieß anschaulich zu machen, berechne man die oben vorgelegte Aufgabe: Wie viele Konventionsthaler erhält man für 1000 Kronenthaler?

Konv. Thlr. ?	1000 Kronenth.
1	$2\frac{7}{10}$ fl.
$2\frac{2}{5}$	1 Konvent. Th.
10	27
:3 12	5
:4 4	9
	25
	225
	5

Antw. 1125 Konventionsthaler.

Um das hier angewendete Verfahren zu rechtfertigen, mache man aus dem nämlichen Beyspiele zwey einfache Ansätze. Man rechne zuerst, wie viele Gulden die 1000 Kronenthaler ausmachen, und verwandle dann diese Guldensumme durch einen zweyten Ansatz in Konventionsthaler.

I.

fl. ?	1000 Kr. Th.
1	$2\frac{7}{10}$ fl.
	Antw. $1000 \times 2\frac{7}{20}$ fl.

Diese Skizze übertrage man in den zweyten Ansatz, und stelle die Faktoren nach Reesischer Methode unter einander:

Konv. Th. ?	1000 } fl.
	$2\frac{7}{10}$ } fl.
$2\frac{2}{5}$	1 Konv. Th.

Vergleicht man nun diesen zweyten Ansatz mit dem ursprünglichen Kettensatz, der gleich anfangs als Muster aufgestellt worden ist, so sieht man beym ersten Anblicke, daß sie in allem mit einander übereintreffen. Folglich ist die Sache erwiesen. Jedes folgende Beyspiel kann auf die nämliche Weise in 2, 3 oder mehrere einfache Ansätze zerlegt werden, und so erhält der Beweis eine Allgemeinheit, die sich auf alle nur mögliche Rechnungsfälle dieser Art erstreckt. Hier folgen zum Ueberflusse noch 2 Aufgaben, wovon die erste in 2 und die zweyte in 3 Ansätze zergliedert werden soll.

1.

Ein Both, der gewöhnlich in 2 Tagen 11 Meilen zurücklegt, und des Tags 52 Kreuzer verzehrt, macht eine Reise von $93\frac{1}{2}$ Meilen; wie viel Geld muß er zur Zehrung mitnehmen?

Zergliederung. Hier scheint vor allem nothwendig zu seyn, daß man ausrechne, wie viel Tage der Both auf der Reise zubringen werde. Dieß veranlaßt den Ansatz:

T. ?	$93\frac{1}{2}$ Meile	
11	2 Tage	
2	187	17 Tage.
	11	
	77	
	11	
	77	
	—	

Weiß man die 17 Tage, dann ist nichts natürlicheres als der zweyte Ansatz:

fl. ?	17 Tage.
1	52 Kr.
60	1 fl.
	52
	17

364
52

2(4
88(4 | 14 fl. 44 Kr.
66 0

Nun liefert aber der Kettensatz diese Antwort auf einmal, wie folgt:

	fl. ?	$93\frac{1}{2}$ M.
	11	2 Tage
	1	52 Kr.
: 11	60	1 fl.
	2	187
		17
		52

34
85

2(4
88(4 | 14 fl 44 Kr.
66 0

II.

Ein Kaufmann wechselt 1218 Karolin gegen Silbergeld aus. Es findet sich aber, daß jedes

Stück um 3 Gran zu gering ist, folglich 12 Kr. weniger gilt. Weil ferner der Wechsler kein andres Geld bey der Hand hat, als lauter Konventionsthaler, die am meisten gesucht werden, so muß er $1\frac{1}{2}$ Prozent aufgeben. Wie viele solcher Thaler wird der Kaufmann für sein Gold erhalten?

Zergliederung. Der gewöhnliche Gang solcher Rechnungen ist folgender:

1. Man sucht, was die 1218 Karolin in Gulden machen, da eine nur $10\frac{4}{5}$ fl. werth ist:

```
fl. ? | 1218 Carol.
    1 | 10 4/5 fl.
 -----|------
    5 | 54

      1218
        54
     -----
      4872
     6090
     -----
     1 2 2
     6577(2 | 13154 2/5 fl.
     55555  |
```

2. Man bestimme, wie viel für diese Summe gemäß des Aufgeldes (Agio) gegeben werde, da 100 fl. Silbergeld $101\frac{1}{2}$ fl. in Gold kosten.

```
      fl. | 13154 1/5 fl.
  101 1/2 | 100
      203 | 2
:5      5 | 65772
          |    20
          1315440
                2
          2630880 | 12960 fl.
          203     |
           600
           203
           406
           1948
            203
           1827
            1218
             203
            1218
             —
```

3. Endlich berechne man, wie viele Conventionsthaler erforderlich sind, um eine solche Summe zu bezahlen.

```
    Conv. Th. ? | 12960 fl.
          2 2/5 | 1
:6           12 |     5
:2            2 | 2160
                | 1080
                     5
                 5400 Conventionsthaler.
```

Eben diese Antwort erhält man mit einem Male durch folgenden Kettensatz:

	Conv. Th.?	1218 Carol.
	1	$10\frac{4}{5}$ fl.
	$101\frac{1}{2}$	100 fl. in Silbergeld
	$2\frac{2}{5}$	1 Conv. Th.
:2	203	2
	12	5
:6	5	54
	6	9

1218	
900	
1096200	5400 Convent. Thlr.
203	
1015	
812	
203	
812	
—	

Beyspiele zu Kettensätzen.

I.

Jemand kauft in England 224 ℔ Kaffee für $5\frac{3}{4}$ Pfund Sterling; wie hoch kömmt dort das bairische Pfund in bairischem Gelde, da das Pfund Sterling mit hiesigen 11 fl. 17 Kr. das Gleichgewicht hält, und 29 englische Pfund so schwer sind, als 23 bairische.

Ansatz und Berechnung:

Kr.?	1 bair. ℔
23	29 engl. ℔
224	$5\frac{3}{4}$ Pf. Sterling.
1	11 fl. 17 Kr.
4	677
896	23
	29

6093
1354

19633	21 bis 22 Kr.
896	

1792
1713
896
817

Probe, wodurch die 23 bairischen Pfunde herausgebracht werden sollen.

Bair. ℔?	29 engl. ℔
224	$5\frac{3}{4}$ Pf. Sterl.
1	11 fl. 17 Kr.
$21\frac{817}{896}$	1 bair. ℔
19633	896
	677
4	23
:4	224
	677
	29

6093
1354
19633

Folglich bleiben noch die 23 bair. Pfd. zur Probe übrig.

II.

Jemand, der aus Erfahrung weiß, daß 5 Schritt 11 bairische Schuh geben, hat gefunden, daß sein Stück Leinwand auf der Bleiche 184 Schritt lang sey. Wie viel hält es Ellen, da die bairische Elle 2 Schuh und $10\frac{1}{3}$ Zoll lang ist?

Ansatz und Berechnung:

```
Ellen ? | 184 Schritt
      5 | 11 bair. Schuh
      1 | 12 Zoll
      1 | 1 Elle.
   34 3 |
--------|------
    103 |
      5 | 3
--------|------
    515 | 36
        | 11
        | ----
        |  36
        | 36
        | ----
        | 396
        | 184
        | ----
        | 1584
       3168
       396
      ------
      72864 | 141½ Ellen allernähestens.
      515   |
      ------
      2136
       515
      2060
      ------
       764
       515
      ------
       249
```

Probe, wo alles aufgeht:

	E. 141 $\frac{249}{515}$	184 Schr.
	5	11 bair. Schuh
	1	12 Zoll
:5	34 $\frac{1}{3}$	1 Elle
:4		
:2	72864	515
:3	103	3
:6	18216	103
:2	9108	46
:11	3036	23
	506	2
	253	
	23	

III.

Bey der Infanterie wird der Duplirschritt gemeiniglich zu 2½ Fuß gerechnet, und angenommen, daß deren 150 in jeder Minute gemacht werden. Gesetzt, ein solches Regiment reiset Tag und Nacht; wie viel teutsche Meilen kann es zurücklegen? Die teutsche Meile wird zu 23661 rheinischen Schuhen gerechnet.

Ansatz und Berechnung:

Teutsche M. ?	24 Stunden	
1	60 Minuten	
1	150 Duplirschritte	
1	$2\frac{1}{4}$ rheinische Schuhe	
23661	1 teutsche Meile	
:4 4	9	
	6	
	54	
	60	
	3240	
	15 0	
	1620	
	324	
	486000	$20\frac{7}{13}$ Meilen allernähestens.
	23661	
	47322	
	12780	

Probe, wodurch die $2\frac{1}{4}$ rheinische Schuh herausgebracht werden sollen:

Rh. Schuhe ?	1 Duplirschritt	
150	1 Minute	
60	1 Stunde	
24	20 $\frac{12780}{23661}$	teutsche Meilen.
1	23661	
23661	486000	
:5 3	972	
:3	324	
:6 4	54	
:6	9 | 4	$2\frac{1}{4}$ rh. Schuhe.

IV.

Ein hiesiger Bankier kauft einen Wechselbrief von 12400 Franken. Weil er erst nach einigen Monaten zahlbar ist, darf er $2\frac{1}{2}$ vom Hundert rabattiren, das heißt, das Hundert Gulden mit $97\frac{1}{2}$ fl. bezahlen. Was muß der Bankier für diesen Wechsel in unserm Geld erlegen, da bekanntlich 80 Franken so viel werth sind als 81 Livres, und 24 Livres 11 fl. hiesiges Geld machen:

Ansatz und Berechnung:

fl. mit Rabat?	12400 Fr.
80	81 Liv.
24	11 fl. ohne Rab.
100	$97\frac{1}{2}$ mit Rab.
2	195
:5 16	39
:2 8	62
:2 192	31

```
          39
          31
         ----
          39
        117
       ------
        1209
          81
       ------
        1209
       9672
      -------
       97929
          11
      -------
       97929
      97929
      ---------
      1077219|5610 fl.
      192
      960
      ---------
      1172
       192
      1152
      ---------
        201
        192
      ---------
         99
         60
      ---------
        5940|30 Kr.
        192 |
        576
      ---------
        180
          4 (48)
      ---------
        720|3¾ Pf.
        192|
        576
      ---------
        144
```

Antwort 5610 fl. 30 Kr. $3\frac{3}{4}$ Pf.

Probe, durch die 11 fl. erhalten werden sollen:

	fl. ?	24 Liv.	
	81	80 Fr.	
	12400	5610 fl. 30 Kr. $3\frac{3}{4}$ Pf. mit Rabat.	
	4	1 Kr.	
	60	1 fl.	
	$97\frac{1}{2}$	100 fl. ohne Rabat.	
:4	195	2	
:2	4	5386095	
:5	2	2	
:6	39	1077219	
:4	31	4	
:9	9	119691	
:9	13	13299	
:3	31	4433	11 fl
		403	
	13	403	
	39	403	
	403	—	

V.

Ein Both fordert für 3 Meilen Wegs 40 Kr. Er macht in 11 Minuten 1400 Schritte, und 5 seiner Schritte betragen 11 bairische Schuh. Was nimmt er für eine Reise von $6\frac{1}{4}$ Tag ein, wenn er täglich $10\frac{1}{2}$ Stund auf dem Wege zubringt? Bekanntlich hält eine teutsche Meile 12703 bairische Schuhe.

Ansatz und Berechnung:

fl. ?	$6\frac{1}{4}$ Tag
1	$10\frac{1}{2}$ Stund.
1	60 Minuten
11	1400 Schritt
5	11 bair. Schuh
12703	1 teutsche Meile
3	$\frac{2}{3}$ fl.
3	21
2	25
4	15
	5

```
  7
 25
  7
175
 1400
 700
175
245000 | 19 fl.
12703  |
117970
 12703
114327
 3643
   60
218580 | 17 Kr.
 12703 |
 91550
 12703
 88921
  2629
```

Die aufgehende Probe:

19 fl. 17 $\frac{2629}{12703}$ Kr.	$6\frac{1}{4}$ T.
1	$10\frac{1}{2}$ St.
1	60 M.
11	1400 Schr.
5	11 b. Schuh.
12703	1 teut. M.
3	40 Kr.
147000000	12703
210 4	25
2	21
	3
	5
	2

VI.

Englische Rennpferde machen manchmal, wie öffentliche Blätter versichern, 81 englische Schuhe in einer Sekunde. Wie lange würde man auf einem solchen Pferd brauchen, die ganze Erdkugel zu umreiten, gesetzt es wäre irgendwo lauter festes Land um dieselbe, und die Reise dürfte nie unterbrochen werden; da dieser Weg 5400 teutsche Meilen beträgt, und eine solche Meile 22870 französische Schuh hält? Noch ist zu wissen, daß 144000 englische Schuh genau 135158 französische Schuh geben.

Ansatz und Berechnung:

	Tag?	5400 deutsche M.
	1	22870 franz. Sch.
9:	135158	144000 engl. Sch.
6:	81	1 Sek.
24:	60	1 Min.
2:	70	1 Stund
	24	1 Tag
	9	6
	67579	24000
	608211	

11435	
1000	
11435000	18 Tag
608211	
5352890	
608211	
4865688	
487202	
24	
1948808	
974404	
11692848	$19\frac{2}{9}$ Stund
608211	allernähestens.
5660738	
608211	
5473899	
136839	
608211	

Die aufgehende Probe:

T. 18 St. 19	$\frac{136839}{608211}$	5400 d. M.
	1	12870 f. Sch.
:9	135158	144000 e. Sch.
:3	81	1 Sek.
:6	60	1 M.
:4	60	1 St.
:2	274440000	608211
	9	6
	3	24
	6861	8
	67579	2
		202737

67579	202737
6861	2287
67579	1419159
405474	1621896
540632	405474
405474	405474
463659519	463659519

VII.

Der französische Ex-Kaiser Napoleon hatte 1806 bey seiner Abreise aus München 10000 Franks zur Vertheilung unter die Armen zurückgelassen; was beträgt diese Summe in unserm Gelde, da bekanntlich 80 Franken so viel werth sind als 81 Livres, und 24 Livres 11 fl. rheinisch machen?

```
        fl.? | 10000 Franken
:8        80 | 81 Liv.
:3        24 | 11 fl.
        -----|------
           8 | 125
             | 27
             --------
              875
             250
             -----
             3375
               11
             -----
             3375
            3375
            -----
              53
           37125 | 4640 fl.
            8888 |
                 
             60 (4
            -----
              64 |
             300 | 37½ Kr.
              88 |
```

Aufgehende Probe:

```
       fl. 4640 5/8 | 10000 Fr.
                 80 | 81 Liv.
:3               24 | 11 fl.
          ----------|--------
              37125 |   8
:8                8 |  27
:5             7425 | 125
:5             1485 |  25
:5              297 |   5
:9               33 |   3
:3               11 |
```

Für einen sogenannten Steften Rohrwasser, der in einer Minute 2 Maas giebt, muß ein Hauseigenthümer in München jährlich 10 fl. zahlen; wie viele Eimer Brunnenwasser kommen wohl auf einen Kreutzer?

Ansatz und Berechnung:

	E. ?	1 Kr.
	60	1 fl.
	10	1 Jahr
	1	365 Tage
	1	24 Stund
	1	60 Minuten
:12	1	2 Maaß
:5	60	1 Eimer
	5	2
		73
		4(2
	292	$29\frac{1}{5}$ Eimer
	10	

Probe, die 24 Stund zum Vorschein bringt:

	St. ?	1 Tag
	365	1 Jahr
	1	10 fl.
	1	60 Kr.
	1	$29\frac{1}{5}$ Eimer
	1	60 Maas
	2	1 Minute
	60	1 Stund
:5	5	146
:5		12
:73	73	2
		2
		24 Stund.

VIII.

Der große Solnstein, einer der höchsten Berge in Tyrol in der Gegend um Innsbruck, mißt bis zu seinem Gipfel $1584\frac{1}{3}$ Parisertoisen oder Klafter. Was beträgt diese Höhe nach bairischem Maaße, da die Toise 6 Pariserfuß und der Pariserfuß $129\frac{19}{100}$ bairische Linien hält? Es gehen aber 144 solcher Linien auf den bairischen Fuß.

Ansatz und Berechnung:

Bair. Sch. ? | $1584\frac{1}{3}$ Par. Toisen
1 | 6 Par. Schuh.
1 | $129\frac{19}{100}$ bair. Linien
144 | 1 bair. Schuh.

3 | 4753
:3 100 | 12919
:2 72 | 2
7200 |

12919
4753
38757
64595
90433
51676
61404007 | $8528\frac{1}{3}$ bairische Schuh.
72 00 |
576
380
72
360
204
72
144
600
72
576
24

Probe durch Umkehrung:

Par. Toiſ. ?	$8528\frac{2407}{7200}$ bair. Sch.
1	144 Linien
$729\frac{19}{400}$	1 Par. Sch.
6	1 Par. Toiſen
12919	100
:6 7200	61404007
:24 3	24
38757	

(12919)

61404007 | $1584\frac{1}{3}$ Par. Toiſ.
38757
226470
38757
193785
326850
38757
310056
167947
38757
155028
12919

IX.

Ein hieſiges Wechſelhaus hatte 1805 Gelegenheit, um 25000 fl. hannövriſche Scheidemünze, die man Rößel (petits cheveaux) nennt, von der hier durchziehenden großen Armee einzuwechſeln, und ſie wieder an Ort und Stelle zu ſenden. Was

gewann es beym Hundert, da es für das Stück $7\frac{1}{2}$ Kr. gab, und in Hannover für 4 Stück 1 Frank 6 Sols bekam? Bekanntlich sind 80 Frank so viel als 81 Livres werth, wovon 24 auf 11 fl. rheinisch gehen.

Ansatz und Berechnung:

	fl. ?	100 fl. Auslage
	1	60 Kr.
	$7\frac{1}{2}$	1 Rößel
	4	1 Fr. 6 Sols
	20	1 Fr.
	80	81 Liv.
	24	11 fl.
:15	15	26
:3	4	2
:2	32	4
		27
		13
		81
		27
		351
		11
		351
		351
		3861 | $120\frac{21}{32}$ fl., folglich trifft
		32 | $20\frac{21}{32}$ Prozent.
		66
		32
		64
		21

Probe, wo $7\frac{1}{2}$ Kr. Auslage für 1 Rößel erscheinen sollen:

	Auslage Kr ?	1 Rößl Einnahme
	4	26 Sols
	20	1 Frank
	80	81
	24	11
	21	
	120 32	130 fl. Auslage
	1	60
:8	3861	32
:2	2	4
:12	1287	13
:3	429	5
:3	143	27
:3	11	9
:13		3
	(1	
	15	$7\frac{1}{2}$ Kr.
	2	

X.

Um in Wechselgeschäften das Steigen und Fallen des Geldes auf den 3 vornehmsten Handelsplätzen Hamburg, Amsterdam und Venedig sicherer beurtheilen zu können, haben die Augsburger Kaufleute den sogenannten Girofuß eingeführt, nach welchem 100 Reichsthaler Girogeld durchgehends 127 Reichsthaler Currentgeld (20 fl. Fuß) ausmachen. Gesetzt es sollen nach Hamburg zu einer Zeit, wo 100 Reichsthaler dortiges Bankgeld $116\frac{1}{8}$ Reichsthaler Girogeld werth sind, eine Summe von 2490 Reichsthaler bezahlt werden; wie viel Gul-

den rheinisch hat man dazu vonnöthen? Bekanntlich wird der Reichsthaler zu 1½ fl. Current und 5 fl. Current zu 6 fl. rheinisch gerechnet?

Ansatz und Berechnung:

```
Rheinisch fl.? | 1490 Rthlr. Bankgeld.
           100 | 116 1/8 Rthlr. Girogeld
           100 | 127 Rthlr. Current
             2 | 3 fl. Current.
             5 | 6 fl. rheinisch.
    ___________|____________
       8       |        929
       5       |          3
     ____      |     ______
      40       |       2787
      10       |        127
     ____      |     ______
     400       |      19509
     100       |      5574
    _____      |     2787
   40000       |    _______
                     353949
                        249
                    _______
                    3185541
                   1415796
                   707898
                  _________
                   88133301
                          3
                 __________
                 264399903 | 6609 fl.   ⎫
                  44440000 |            ⎪
                     (3 60 (2           ⎬ Rheinisch.
                 __________             ⎪
                   2394180 | 59 1709/… ⎪
                    440000 | Kr.        ⎭
```

Die aufgehende Probe:

	6609 fl. $59\frac{1709}{2000}$ Kr.	2490 Rthlr. Banko
	100	$116\frac{1}{8}$ Rthlr. Giro
	100	127 Rthlr. Cur.
	2	3 fl. Cur.
	5	6 fl. rheinisch
	1	60 Kr.
	79317709	
	264399903	2000
	8	929
:4	2	15
:2	88133301	3
:5	29377767	3
:3		929
:3		127
:3		6503
		1858
		929
		117983
		249
		1061847
		471932
		235966
		29377767

Beyspiele, sich in Kettensätzen zu üben.

I.

Unlängst wurde in Amsterdam ein Stück feines Tuch von $28\frac{3}{4}$ Ellen für $112\frac{1}{2}$ Holländergulden gekauft; wie hoch kam die bairische Elle nach

hiesiger Währung, da 100 fl. holländisches Geld so viel werth sind als $98\frac{7}{15}$ fl. rheinisch, und 23 Ellen in Amsterdam 19 Ellen in München geben?

II.

Wie hoch käme ein Münchner Schäffel ungebrannter Kaffee, das Pfund zu 48 Kr. gerechnet; da das Pfund solcher Bohnen $33\frac{4}{5}$ bairische Kubikzolle ausfüllt; da ferner das Münchner Schäffel $208\frac{1}{2}$ bairische Maas und die Maas $74\frac{3}{10}$ Kubikzoll hält?

III.

Als Italien noch eine Republik war, hatte ein französischer Präsident daselbst 500000 Lire mayländisch zum Jahrsgehalt; was macht dieß nach unserm Gelde, da ein Lire 20 Soldj hat und im Wechsel nach Deutschland $67\frac{1}{2}$ Soldj für einen Kaisergulden gegeben werden. Bekanntlich machen 5 Kaisergulden bey uns 6 fl. rheinisch.

IV.

Man hat berechnet, daß im Jahr 1803 in Berlin wöchentlich 111 Ballen Papier gedruckt wurden, daß also der jährliche Verbrauch an Druckpapier allein 100000 Reichsthaler abwirft; wie hoch ist das Buch Papier angesetzt?

V.

Ein Tropfen Wasser oder Wein wiegt nach sehr genauen Versuchen $\frac{3}{80}$ Quintl. Gesetzt der Hahn irgend eines Weinfasses läßt alle 2 Sekunden einen Tropfen fallen; wie viel Wein rinnt in Zeit von 24 Stunden aus, da die Maaß 1 Pfd., 29 Loth, $2\frac{1}{2}$ Quintl schwer ist?

VI.

Den 31. Juli 1805 wurde zu Buccaritza ein Seehund von ungeheurer Größe und einem Gewichte

von 6000 venetianischen Pfunden gefangen. Wie schwer ist er nach bairischem Gewichte, da $59\frac{1}{2}$ venetianische Pfund 100 Wienerpfund geben und $88\frac{3}{20}$ Wienerpfund genau $88\frac{2}{25}$ Münchnerpfund halten?

VII.

Ein Kavallerist kann im Galopp in jeder Minute 1200 rheinische Schuh zurücklegen. Wie lange würde er demnach von München bis Landshut über Freysing brauchen, da dieser Weg 18 Stund, 2319 bairische Schuh lang ist, und auf eine Stunde 12703 solche Schuhe gerechnet werden? 13913 bairische Schuhe geben 12938 rheinische.

VIII.

Nach den neuesten Vermessungen ist Regensburg von München 52069 Toisen (französische Klafter) entfernt. Wie viel beträgt dieß in bairischen Schuhen, da eine Toise 6 Pariserfüße und der Pariserfuß 144, so wie der bairische Schuh $129\frac{19}{50}$ Pariserlinien hält?

IX.

Bey der Belagerung von Mannheim 1795 konnte man die Schüsse zu Wallerstein und Nördlingen hören, da doch diese Entfernung ungefähr 21 teutsche Meilen beträgt. Wie viele Minuten verstrichen wohl zwischen der wirklichen Abfeurung eines Geschützes in Mannheim und zwischen dem Augenblick, als man den dumpfen Laut davon in Nördlingen vernahm? Es hinterlegt aber der Schall in jeder Sekunde 1038 Pariserfuß, und eine teutsche Meile hält 22870 solcher Füße.

X.

Ein Forstverständiger behauptet, daß man zu einem Morgen von 18000 rheinischen Quadrat-

schuhen Kiefersaat (künstliche Anlegung eines Förchenwaldes) 12 Berlinerschäffel Kienäpfel vonnöthen habe. Wie viele Münchnerschäffel würde man zu einem bairischen Tagwerk von 40000 Quadratschuhen brauchen, da 33 Berlinerschäffel 8 Münchnerschäffel geben, und 10000 rheinische Quadratschuh so viel enthalten als 11564 bairische Quadratschuh?

XI.

Gesetzt, es fiele einer Schnecke ein, von München nach Paris reisen zu wollen; wie lange würde sie wohl auf dem Wege zubringen, da sie sichern Beobachtungen zufolge in 10 Minuten 3 Pariserschuh zurücklegt, und bemeldte 2 Städte 106 deutsche Meilen von einander entfernt sind? Es ist schon oben gesagt worden, daß 22870 Pariserschuh eine deutsche Meile machen.

XII.

Im Jahr 1804 soll, öffentlichen Blättern zufolge, eine gewisse Theatervorstellung in Paris 25000 Franken getragen haben; was macht diese Summe in unserm Gelde, da bekanntlich 80 Franken einen Werth von 81 Livres haben, und 24 Livres 11 fl. rheinisch machen?

XIII.

Der Gesundbrunnen im Alexanderbade zu Sichersreit liefert stündlich 16 Pariser Kubikfuß Wasser; wie viele Eimer fließen in einem Monat heraus, da bekanntlich der Eimer 60 Maaß faßt, 1 Maaß 54 Pariser Kubikzoll enthält, und der Kubikfuß 1723 Kubikzolle beträgt?

XIV.

Ein bewährter Naturforscher hat gefunden, daß der Adler in seinem Fluge mit jeder Minute

5726 Pariserfuß zurücklegt. Wie lange würde er wohl brauchen, die ganze Erde zu umfliegen? Ihr Umkreis mißt bekanntlich 5400 geographische Meilen, jede zu 22870 Pariserschuh.

XV.

Die Ortlerspitze im Vinstgau, der höchste Berg in Tyrol, ragt 14466 Pariserfuß über das mittelländische Meer empor, und ist also nur um 90 Fuß niedriger als der Montblank. Was beträgt diese Höhe nach bairischen Klaftern, da 6 bairische Schuh 1 Klafter machen, und $129\frac{19}{100}$ bairische Linien, wovon 144 auf den bairischen Schuh gehen, einen französischen Schuh machen?

XVI.

Das Wasserrad einer Mühle läuft in 35 Sekunden 2 mal um. So oft es 8 Umgänge vollendet, so oft wird das dareingreifende Kammrad 45 mal um die Achse gedreht. Sieben Umläufe des Kammrades geben 118 Umläufe des Mühlsteins. Wie viele Zeit wird erfordert, bis der Mühlstein eine Million Umschwünge macht?

XVII.

Prof. Young sagt in seiner Landwirthschaftskunde, daß beym Anbau des Hirsens (eine Getreidart, die man hier zu Land Brein nennt) 4 Pfd. Saamen Frankfurtergewicht auf 100 rheinische Quadratruthen Feldes klecken. Will man nun wissen, wie viel bairische Pfund Hirsen auf ein bairisches Tagwerk Feldes vonnöthen sind, so kann dieß aus folgenden Angaben leicht berechnet werden: 1 rheinische Quadratruthe hält 144 rheinische Quadratfuß. 10000 rheinische Quadratfuß geben 11564 bairische Quadratfuß, 40000 bairische Quadratfuß

geben ein bairisches Tagwerk, Jouchart oder Morgen Feldes. Endlich machen 11682 ℔. in Frankfurt 9720 ℔. in München.

Zwanzigster Abschnitt.

Von der Reesischen Regel und dem Kettensatze, worin zusammengesetzte Verhältnisse vorkommen.

§. 125. Was man unter zusammengesetzten Verhältnissen zu verstehen habe.

Wenn sich Zahlen verhalten wie die Produkte aus zweyen oder mehrern zum Grunde gelegten andern Zahlen, dann sagt man, daß diese Verhältnisse zusammengesetzt sind. So z. B. verhalten sich die Interessen wie die Produkte aus Kapital und Zeit; weil ihre Größe sowohl von der Stärke des Kapitals, als von der Länge der Zeit, in der es ausgeliehen ist, abhängt; so verhält sich auch jede Wirkung wie die Produkte aus den Ursachen und den Zeiten, worin dieselben thätig waren.

§. 126. Wie dergleichen Rechnungsfälle nach Reesischer Manier behandelt werden.

Im Grunde genommen werden sie wie die bisherigen Rechnungen angesetzt, nur dürfen jene Zahlen, wovon eine dritte zugleich abhängt, nie voneinander getrennt werden, z. B. Kapital und Zeit, Arbeiter und Zeit u. s. w. Die Berechnung selbst ist natürlich die nämliche wie sonst. Folgendes Exempel wird zureichendes Licht über das eben Gesagte verbreiten.

Was machen die Interessen von 7650 fl. zu $4\frac{1}{2}$ Prozent in 8 Jahren?

Ansatz und Berechnung:

	Int. fl. ?	7650 fl. Kap.
		8 Jahren
	Kap. fl. 100	$4\frac{1}{2}$ fl. Interesse
	Jahr 1	
:2	2	9
:2	5	4
:5		2
		153
		18
		1224
		153

Antw. 2754 fl.

Der Ansatz lautet demnach so: **Wie viel Gulden Interessen trägt ein Kapital von 7650 fl. in 8 Jahren, da ein Kapital von 100 fl. in 1 Jahr $4\frac{1}{2}$ fl. Interessen abwirft?**

§. 127. Beweis dieses Verfahrens.

Man zergliedere diesen Rechnungsfall in zwey Ansätze. Der erste soll bestimmen, was das bemeldte Kapital in 1 Jahr trägt; der zweyte Ansatz hingegen bringe zum Vorschein, was die enthaltne Summe die 8 Jahre hindurch ausmacht.

I.

	Int. fl. ?	7650 fl. Kap.
	100	$4\frac{1}{2}$ fl. Int.
:5	2	9
	2	153
	4	9

11

1377 | $344\frac{1}{4}$ fl.

444

II.

	Int. fl. ?	8 Jahren
	1	$344\frac{1}{4}$
:4	4	1377
		2

2754 fl. was oben herausgebracht worden.

§. 128. Weitere Folgerung.

Aus dem hier zum Grund gelegten Satze, Kapital und Zeit sind von einander unzertrennlich, folgt von selbst, daß wenn eine von diesen beyden Größen in der leeren Fragestelle zu stehen kömmt, auch die andere unmittelbar darunter gesetzt werden müsse. In folgender Aufgabe wird man diese Wahrheit zur Genüge einsehen.

Wie groß muß ein Kapital seyn, daß es zu $3\frac{1}{2}$ Prozent in $11\frac{1}{2}$ Jahren $1545\frac{3}{5}$ fl. an Interessen trägt?

Ansatz und Berechnung:

```
      { Kap. fl. ?  |
      { J. 11 1/2   | 1545 3/5  fl. Interessen
      {             |
  Inter fl. 3 1/2   | 100 fl. Kap  }
                    | 1 Jahr       }
  ------------------------------
:5              5   | 7728
:7             23   |    2
                7   |    2
                    |   20
                    | 1104
                         80
                    ------------
                      88320 | 3840 fl. Kapital.
                      23    |
                      69
                      ----
                      193
                       23
                      184
                      ----
                        92
                        23
                        92
                        --
                        —
```

§. 129. Beweis darüber.

Wenn 3840 fl. die wahre Antwort ist, so muß gezeigt werden können, daß dieses Kapital in der vorgeschriebenen Zeit und mit dem gegebnen Prozent nicht mehr und nicht weniger Interessen als $1545\frac{3}{5}$ fl. ertrage. Dieß thut aber hiestehende Rechnung:

Ansatz und Berechnung:

```
              Int. fl. ? | 3840 fl. K.]
                         | 11 1/2 J.  ]
          [Kr. fl. 100   | 3 1/2 fl. Int.
          [J.  1         |
          -------------  | -----
:2                   2   |   7
                     2   |  23
:2                       | 192
:2                   5   |  96
                            48
                            23
                           -----
                           144
                           96
                          -----
                          1104
                             7
                        ----------
                          22 (3
                          7728 | 1545 3/5 fl.
                          5555 |
```

Das zu erweisen war.

§. 130. Andere Wendungen dieses Interessenkalkuls.

Eben so möglich ist es, daß man aus einem gegebnen Kapital und dem bestimmten Prozent auf die Zeit schließen möchte, während welcher die Interessen eine gewisse Summe ausmachen. Z. B.

Ein Kapital von 9260 wurde zu $4\frac{1}{2}$ Procent ausgelegt, und brachte in etlichen Jahren an Zinsen 2164 fl. 31 Kr. 2 Pf.; wie lange war es ausgeliehen?

Ansatz und Berechnung:

	Jahr ?	2164 fl. $31\frac{1}{2}$ Kr. Int.	
	Kap. fl. 9260		
	Kr. 60	1 fl.	
	Int. fl. $4\frac{1}{4}$	1 Jahr	
		100 fl. Kap.	
:2	2	259743	
:2	17	4	
:3	3	2	(7871)
	926	86581	$5\frac{1}{2}$ Jahr.
	17	15742	
	6482	78710	
	926	7871	
	15742		

Die Probe kann wie oben gemacht werden.

§. 131 Noch eine Wendung der Zinsrechnung.

Endlich kann noch gefragt werden, zu wie viel Prozent ein gewisses Kapital aufgelegt worden, wenn dasselbe in einer bestimmten Zeit eine benannte Summe als Interessen getragen; z. B.

Eine Obligation (Schuldverschreibung) von 690 fl. muß in Zeit von $7\frac{1}{2}$ Monat für Interessen 25 fl. $52\frac{1}{2}$ Kr. bezahlen; was war das Prozent?

Ansatz und Berechnung:

	Int. fl ?	1ØØ fl. Kap.
		12 Monat
	K. fl. 69Ø	
	M. $7\frac{1}{2}$	25 fl. $52\frac{1}{2}$ Kr.
	2	
	6Ø	1 fl.
:6	15	2
	2	3105
		2
:5	3	621
:3		207
:3	23	69
:23		3
		2

Antw. 6 fl. prozent

Die Probe ist leicht zu machen.

132. Eine andere Art von zusammengesetzten Verhältnissen.

Es ist schon oben gesagt worden, daß jede Arbeit im zusammengesetzten Verhältniß stehe mit der Anzahl der arbeitenden Personen und der Zeit, die sie hierzu verwenden. Es wird demnach folgendes Beyspiel nicht schwer anzusetzen seyn.

Wenn 7 Schnitter im Stande sind, einen Kornacker von 11 Tagwerk in 2 Tagen abzuschneiden: wie viele Tagwerk werden 18 Schnitter in 5 Tagen fertig machen können?

Ansatz und Berechnung:

	Tagw.?	~~18~~ Schnitter
		5 Tage
	Schn. 7	
:2	T. ~~2~~	11 Tagwerk
		9
		99
		5
		~~495~~ | $70\frac{5}{7}$ Tagwerk.
		~~77~~ |

§. 133. Schlußfolge hieraus.

Kommen nun bey solchen Beyspielen die Arbeiter in die leere Fragestelle, so muß eben darum die dazu gehörige Zeit sogleich darunter gesetzt werden. Umgekehrt verhält sich die Sache eben so, das heißt, fragt man nach der Zeit, so bleiben die Arbeiter unzertrennlich von der Fragestelle. Ein einziges Beyspiel hierüber.

Es sollen 27 Klafter Holz in $\frac{3}{4}$ Tag gehauen werden, wie viel Arbeiter müssen angestellt werden, da aus mehrern Beobachtungen bekannt ist, daß 2 Holzhauer in 3 Tagen mit 8 Klaftern fertig geworden sind?

Ansatz und Berechnung:

{ Arbeiter?	
{ Tag $\frac{3}{4}$	27 Kl.
Kl. 8	2 Arb. }
	3 Tag. }
:4 2	4

Antw. 27 Arbeiter.

Um sich davon zu überzeugen, so erforsche man durch die Probe, ob 27 Arbeiter im Stande sind, in $\frac{3}{4}$ Tag 27 Klafter zu hauen?

Kl.?	27 Arb. }
	$\frac{3}{4}$ Tag }
{ Arb. 2	8 Klafter
{ Tag 3	
:4 4	2

Antw. 27 Klafter.

§. 134. Noch einige Rechnungsfälle dieser Art.

1) Als das Schäffel Weitzen vor Kurzem noch 40 fl. gegolten, wog hier in München eine Kreutzersemmel 2 Loth, $1\frac{1}{2}$ Quintl; welches Gewicht hatte sie vor etlichen 30 Jahren, wo das Schäffel Weitzen noch um 12 fl. gekauft worden?

Auflösung. Da der Preis des Brodes vom Schrannenpreise und vom Gewicht des Brodes zugleich abhängt, so sind diese beyden letztern Größen im Ansatze unzertrennlich.

Daher der Ansatz und die Berechnung:

{Loth ?	1 Kreutzersemmel
{fl. 12	
Kr. Semm. 1	2 Loth 1 $\frac{1}{2}$ Quintl
	40 fl.
4	1 Loth
:4 2	19
:2	10
	5

95	7
12	
84	
11	
4	(4
44	$3\frac{2}{3}$
12	
36	
8	

Antwort 7 Loth, $3\frac{2}{3}$ Quintl.

Zur Uebung. Wenn das Schäffel Roggen $24\frac{1}{10}$ fl. kostet, muß ein Achtkreutzerlaib 1 Pfd. $17\frac{1}{2}$ Loth wägen. Gesetzt, das Schäffel fiele bis auf 9 fl. herab, wie schwer müßte dann wohl ein Brodlaib für 12 Kr. seyn?

2) Nehme man an, Jemand habe zu seinem Kleide $3\frac{3}{4}$ Ellen Tuch nöthig, das $1\frac{1}{2}$ Elle breit ist; wie viel wird er Unterfutter von einem Zeuge brauchen, der nur eine Breite von $\frac{2}{3}$ Ellen hat?

Auflösung. Die Größe eines Kleides hängt von der Länge und Breite des Tuches, das dazu verwendet wird, zugleich ab; folglich müssen bey Rechnungen dieser Art Länge und Breite des Tuches oder Zeuges immer beysammen bleiben und man hat den

Ansatz und die Berechnung:

{ Länge Ellen?	
{ Breite Ellen $\frac{2}{3}$	1 Kleid
Kleid 1	$3\frac{3}{4}$ Ellen Länge }
	$1\frac{1}{2}$ Ell. Breite }
2	3
4	15
2	3
8	45
2	3
16	135 | $8\frac{7}{16}$ Ellen.
	16
	128
	7

Zur Uebung. Aus einer Kirchenrechnung ist ersichtlich, daß zu einem gewissen Vorhang 36 Ellen $\frac{5}{4}$ breites Tuch gebraucht worden sind. Nun soll dieser Vorhang von einem andern Tuch, das anderthalb Ellen breit ist, hergestellt werden; wie viel wird man wohl nöthig haben?

3. Eine Festung, worin 1200 Mann liegen, hat 28 Wochen Vorrath an Lebens-

mitteln. Nun werden noch 800 Mann dahin verlegt; wie lang wird dieser Vorrath zulangen?

Auflösung. Bey Herschaffung eines Mundvorraths muß sowohl die Stärke der Mannschaft, als die Länge der Zeit, in der man auslangen soll, in Anschlag gebracht werden. Daraus geht der untrügliche Schluß hervor, daß Mannschaft und Zeit in dergleichen Rechnungsfällen zwey zusammengehörige Größen sind. Folglich ist hier

Ansatz und Berechnung:

1200
800
———
2000

Wochen?	
Mann 20~~0~~~~0~~	1 Vorrath
Vorrath 1	8 Wochen
	~~12~~ ~~0~~ Mann
5	3
	~~3~~
	~~8~~ 4 | $16\frac{4}{5}$ Wochen.
	~~5~~~~5~~ |

Zur Uebung. 130 Pferde haben auf $9\frac{1}{2}$ Wochen Vorrath an Heu und Haber. Nun werden aber 44 Pferde davon anders wohin verlegt; wie lange werden die übrigen auskommen?

4. Irgend ein Acker mißt 97240 rheinische Quadratschuh; wie viel macht diese Fläche in bairischen Tagwerken aus; da bekanntlich eine Länge von 12938 rheinischen Schuhen so viel enthält, als eine andere Länge von 13913 bairischen Schuhen? Das Tagwerk hat 40000 bair. Quadratschuh.

Aufl. s. Die Größe einer Fläche hängt sehr natürlich von seiner Länge und Breite ab, folglich müssen bey Berechnung derselben beyde in Ansatz kommen.

Bair. Tagw. ?	97240 rh. Qu. Sch.
rh. Qu. Sch. Länge 12938	13913 bair. Sch. Länge
— — Breite 12938	13913 — — Breite
bair. Qu. Sch. 40000	1 bair. Tagwerk
:4 1000	2431

```
   12938                        13913
   12938                        13913
   ------                       ------
   103504                       41739
   38814                       13913
  116442                      125217
  25876                       41739
 12938                        13913
 ------------                 ---------
 167391844000                 193571569
                                   2431
                              ---------
                              193571569
                             580714707
                            774286276
                           387143138
                           -------------
                           470572484239 | 2 Tagwerk
                           167391844000 |
                           334783688    |
                           -------------
                           135788796239
                                   40000
                           ------------------
                           5431551849560000 | 32508 Qua-
                           167391844     000 | dratschuh.
                           502175532         |
                           ----------
                            409896529
                            167391844
                            324783688
                            ---------
                            851128415
                            167391844
                            836959220
                            ----------
                            1416919560
                             167391844
                            1339134752
                            ----------
                              77784808
```

Zur Uebung. Was für ein Resultat gäbe diese Rechnung, wenn die befragli-

chen 97240 Quadratschuh französisches statt rheinländisches Maaß wären? Es halten aber 12938 Pariserfuß 14400 bair. Schuhe.

5. Es werden $57\frac{1}{2}$ ℔ Garn zum Weber gebracht; wie viel Ellen Leinwand wird man daraus erhalten, wenn sie $\frac{3}{4}$ Ellen breit werden soll; da man zuvor schon aus 32 ℔ des nämlichen Garns 88 Ellen $\frac{5}{8}$ breite Leinwand bekommen hatte?

Auflösung. Die Größe oder Menge der Leinwand, die aus einer Lieferung Garn erhalten wird, hängt von der Länge und Breite desselben zugleich ab; daher der Ansatz:

	Ellen Länge?		
	Breite $\frac{3}{4}$	$57\frac{1}{2}$ ℔	
	32	88 Ellen Länge	
		$\frac{5}{8}$ Breite	
	3	4	
8	8	5	
4	2	115	
	8	11	
	16	115	
	3	115	
	48	1265	
		5	
		6325	$131\frac{37}{48}$ od. sehr nahe $131\frac{3}{4}$ Ellen.
		48	
		152	
		48	
		144	
		85	
		48	
		37	

Zur Uebung:

Von einer feingesponnenen Seide, wo das Pfund 7 Ellen Taffent giebt, der $\frac{3}{4}$ Ellen breit ist, soll ein $\frac{3}{16}$ Ellen breites Band gewirkt werden; wie viel Ellen wird man aus $2\frac{5}{8}$ ℔ erhalten?

Ein Weber webt von $24\frac{3}{4}$ ℔ Garn ein Tischzeug, das $42\frac{1}{2}$ Ellen lang und $1\frac{1}{2}$ Ellen breit ist, wie viel Ellen bekommt er von $70\frac{1}{2}$ ℔ Garn, wenn dasselbe $1\frac{7}{8}$ Ellen breit seyn soll?

6. Einen Graben zu machen, der 940 Schuh lang, 18 breit und 8 tief ist, brauchen 40 Arbeiter, wenn sie täglich 10 Stunden in Thätigkeit sind, 22 Tage. Nun soll ein andrer Graben zu Stande gebracht werden, der 1200 Schuh Länge, 20 Breite und 10 Tiefe erhält; wie lange brauchen 60 Personen dazu, wenn sie täglich nur 9 Stund arbeiten?

Auflösung. Hier machen Arbeiter und Zeit die eine Parthie, die andere hingegen die Länge, Breite und Tiefe des Grabens aus. Rechnungen dieser Art werden demnach nach folgender Manier angesetzt und berechnet:

Tage ?	1 Graben
Stund 9	~~12~~ØØ Sch. Länge
Arbeiter ~~6~~Ø	20 Sch. Breite
	1Ø Sch. Tiefe
Graben 1	~~22~~ Tage
Sch. lang ~~94~~Ø	1Ø Stund
Sch. breit ~~18~~	4Ø Arbeiter
Sch. tief ~~8~~	

9	5
47	2ØØ
423	100
9	11
3807	5
	55
	20
	1100
	100
	110000 | 28 bis 29 Tage.
	3807
	7614
	33860
	3807
	30456
	3404

Zur Uebung. Um eine Hochstrasse aufzuführen, die 2400 Schuh lang, 26 breit und $5\frac{1}{2}$ hoch ist, brauchten 80 Arbeiter, welche täglich $10\frac{3}{4}$ Stund im Geschäft waren, 36 Tage. Es soll nun eine andere Strasse von 7600 Schuh Länge, 18 Breite und $4\frac{2}{3}$ Schuh Höhe in Zeit von 24 Tagen hergestellt werden; wie viel Arbeiter müssen angestellt werden, wenn sie täglich 11 Stunden angestrengt sind?

Beyspiele zum Kettensatze mit zusammengesetzten Verhältnissen.

I.

Nach Hn. Geheimen Rath von Wiebekings Strassentheorie laden 4 Arbeiter in 65 Sekunden Zeit 10 rheinische Kubikfuß Erde auf Wägen; wie viel Kubikfuß Erde können auf 1 Mann in 10 Stunden oder in 1 Tag gerechnet werden?

Ansatz und Berechnung:

```
            Kubikf. ? | 1 Arbeiter ]
                      | 10 Stund   ]
                    1 | 60 M.
                    1 | 60
           {Arb.  4   |
           {Sek. 65   | 10 rhein. Kubikf.
           ------------------
:5                 13 | 12
:4                    | 3
                     ------
                       30
                        60
                      ------
                      1800
                         10
                      --------
                      18000 | 1382
                      13    |
                      ---
                       50
                       13
                       39
                      ----
                       110
                        13
                       107
                       ----
                         30
                         13
                         26
                        ----
                          4
```

Antw. 1382 Kubikschuh.

Zur Uebung.

Nach eben diesem Schriftsteller kann ein Karrenschieber in 10 Stunden auf 20 Fuß Entfernung 245 Kubikschuh Erde fortschaffen. Wie viel hat man Karrenschieber nöthig, um in 60 Stunden 88000 Kubikschuh auf die nämliche Entfernung zu bringen?

7 Maurer machen in 6 Tagen eine Mauer von 30 Ellen in die Länge, 5 Ellen hoch und 3 Fuß dick. Wie viel Ellen von derselben Höhe und Dicke können 9 Maurer in 14 Tagen machen?

II.

Es sollen 4 Millionen Gulden in Silbergeld auf Wägen fortgeschafft werden; wie viel braucht man Wägen zu 6 Pferden dazu, wenn auf das Pferd 12 Zentner gerechnet werden, und 1000 fl. Silbergeld im Durchschnitt 26 bairische Pfund wägen?

Ansatz und Berechnung:

	Wägen ?	
	Pferd 6	4000000 fl.
	1000	26 ℔.
	100	1 Zt.
:4	12	1 Wagen
:2		1 Pferd
	3	10
	3	13
	9	4(4
		130 | 14 bis 15 Wägen.
		99 |

Probe, wodurch 26 Pfund herausgebracht werden:

	Pfd. ?	1000 fl. Silbergeld
	4000000	14 $\frac{4}{9}$ Wagen
	1	6 Pferd
	1	12 Zt.
:4	1	100 ℔.
:3	9	130
:3	3	3
		2
		26 ℔.

Zur Uebung:

Gesetzt, es sollen 100 Millionen Gulden in Gold auf 4spännigen Wägen verführt werden; wie viel braucht man dazu, da 1000 fl. theils in Dukaten, theils in Karolin 1 Pfd. 12½ Loth wägen, und auf das Pferd 12 Zentner gerechnet werden?

III.

Ein Pariser Kubikschuh mit Ziegelsteinen ausgefüllt, wiegt 127 französische Pfund. Was wiegt ein hiesiger Ziegelstein in bairischem Gewicht, da 127 derselben 18 bairische Kubikfuß geben, und 649 französische Pfund so schwer sind als 566 bairische Pfund? Bekanntlich ist eine Länge von 6499 französischen Schuhen so groß als eine andere von 7200 bairischen Schuhen.

Ansatz und Berechnung:

Bairische Pfd. ?	1 Ziegelstein
~~127~~	18 bairische Kubiksch.
7200	6469 franz. Sch. Länge
7200	6469 — — Breite
7200	6469 — — Tiefe
1	~~127~~ franz. Pfd.
649	566 bair. Pfd.

```
 7200
 72  00
 ------
 144
 504
 ------
 5184
   72  00
 ------
 10368
 36288
 ------
 373248
    649
 ------
 3359232
 1492992
 2239488
 ------------
 242237952000000
```

```
            6469
            6469
            ----
           58221
          38814
         25876
        38814
        --------
        41847961
            6469
        ---------
       376631649
      251087766
     167391844
    251087766
    ------------
    270714459709
             566
    ------------
   1624286758254
  1624286758254
 13535 72298545
 ---------------
 153224384195294
              18
 ---------------
 1225795073562352
 153224384195294
 ----------------
 2758038915515292 | 11 5/11 Pfund
 242237952 000000 | allernächst.
 ----------------
 335659395
 242237952
 ---------
 93421443
```

Probe, wodurch 18 bair. Kubikschuhe hervorgehen sollen:

Bair. Kub. Sch. ?	127 Ziegelsteine
	93421443515292
1	11 2428379520000000 bair. Pfd.
566	649 franz. Pfd.
127	1 franz. Kubiksch.
6469	7200 bairische Sch. lang
6469	7200 — — breit
6469	7200 — — tief
2422379520000000	27580389155 15292
40372992	12
6728832	2
3364416	12
560736	2
93456	12
46728	2
7788	137901945777576 46 | 186 Pfd,
1298	76612192097647
640	61289753678 1176
283	76612192097647
	61289753678 1176

6469
283
19407
51752
12938
1830727
6469
16476543
10984362
7322908
10984362
11842972963
6469
106586756667
71057837778
47371891852
71057837778
76612192097647

Zur Uebung.

Ein Pariser Kubikschuh Mauerwerk wiegt 127 französische Pfund. Was wiegt nach bairischem Gewicht ein hiesiger Ziegelstein, der gemäß der bestehenden Verordnungen 14 bairische Zoll lang, 7 breit und $2\frac{1}{2}$ Zoll dick seyn muß? Der Kubikschuh hält 1728 Kubikzoll; 12938 französische Längenschuh geben 14400 solche bairische. Das Pariserpfund zählt 10188 holländische Asen, und das bairische Pfund 11682 derselben.

Ein Kaufmann in Leipzig hat aus Holland 1000 Stück Dukaten erhalten, und soll den Betrag derselben an einen andern in sächsischem Gelde bezahlen. Wie viel sächsische Thaler wird er zu bezahlen haben, wenn 1 Dukaten in Holland $5\frac{1}{5}$ fl. holl. Curr., 105 fl. holl. Curr. 100 fl. holl. Banco und 230 fl. holl. Banco $140\frac{1}{2}$ Thaler sächsisch betragen?

IV.

Um 100 rheinische Quadratruthen Ackerfeld mit Winterweitzen zu besaamen, werden nach Prof. Joung 70 Pfd. Frankfurtergewicht erfodert. Wie viele Münchner Metzen braucht man demnach zu einem bairischen Tagwerk? Eine rheinische Quadratruthe hält 144 rheinische Quadratschuh. 12938 rheinische Längenschuh geben 13913 solche bairische Schuh. 40000 bairische Quadratschuh machen ein bairisches Tagwerk. Das Frankfurterpfund Handelsgewicht zählt 9720 holländische Asen; hingegen das Münchnerpfund 11682 derselben. Ferner wiegt ein Münchnerschäffel guten Weitzens zu 6 Metzen 330 bairische Pfund.

Ansatz und Berechnung:

Münch. Metzen ?	1 bair. Tagw.
1	40000 bair. □ Schuhe
13913	12938 rhein. Schuh lang
13913	12938 — — breit
144	1 rhein. □ Ruthe
100	70 Frankf. Pfd.
1	720 holl. Asen
11682	1 Münchn. Pfd.
330	1 Schäffel
1	6 Metzen
24	162
4	81
2	27
11	9
3894	3
1298	2000
649	1000

```
      13913
      13913
      -----
      41739
     13913
    125217
    41739
   13913
  ---------
  193571569
        649
  ----------
  1742144121
  774286276
 1161429414
 ------------
 126627948281
           11
 ------------
 126627948281
126627948281
-------------
1392907431091
```

```
        12938
        12938
        -----
       103504
       38814
      116442
      25876
     12938
    ---------
    167391844
           21
    ---------
    167391844
   334783688
   ----------
   3515228724
         1000
   -------------
   3515228724000 | 2
   1392907431091 |
   2785814862182 |
   -------------
    729413861818
```

Antw. 2½ Metzen sehr nahe.

Zur Uebung.

Der nämliche landwirthschaftliche Schriftsteller lehrt, daß man 8 Pfund Kleesamen auf 10 rheinische Quadratruthen nöthig habe. Wie viel Kleesaamen muß nach Münchner Gewicht auf ein bairisches Tagwerk gerechnet werden?

Wenn 25 Schreiber alle Tage 9 Stunden lang schrieben und in 8 Tagen 36 Buch Papier copirten, in wie viel Tagen würden 20 Copisten Akten abschreiben, die $57\frac{3}{5}$ Buch Papier enthielten, wenn sie täglich nur 6 Stunden dazu verwendeten?

V.

Bey Einführung der nächtlichen Beleuchtung der Stadt Bamberg 1803 ergaben sich aus der polizeylichen Untersuchung daselbst folgende Resultate:

1. Es sind allerwenigstens 630 Lichter nothwendig.

2. Die Brennstunden des ganzen Jahrs belaufen sich auf 2057.

3. Jedes Licht fodert in einer Stunde $\frac{3}{4}$ Loth Oel, wovon der Zentner für 40 fl. angeschafft werden kann. — Was beträgt wohl das Oel jährlich?

Ansatz und Berechnung:

```
          fl. ? | 63Ø Lichter ]
                | 2057 St.    ]
  [ L. 1        | 3
  [ St. 1       | — Loth
                | 4
             32 | 1 Pfd.
            1ØØ | 4Ø fl.
          ----- | ------
              4 |     3
                  ------
                  6171
                    63
                  ------
                  18513
                  37026
                  ------
                  388773 | 12149 fl.
                  32     |
                  ----
                   68
                   32
                   64
                  ----
                   47
                   32
                  ----
                   157
                    32
                   128
                  ----
                    293
                     32
                    288
                   ----
                      5
                     60(4
                   ------
                     300 | 9 3/8 Kr.
                      32 |
                     288
                    ----
                      12
```

Aufgehende Probe:

	12149 fl. $9\frac{3}{8}$ Kr.	630 L.
		2057 St.
	L. 1	$\frac{3}{4}$ Loth
	St. 1	
	32	1 Pfd.
	100	40 fl.
	1	60 Kr.
8	4	3
		8
		15
:4		3
:5	5831595	21
:3	1166319	7
:3	388773	
:3	129591	
:3	43197	
:7	14399	
	2057	

Zur Uebung. Welche jährliche Ausgabe erheischen die Dochte bey der jüngst eingeführten nächtlichen Beleuchtung in Bamberg für die benöthigten 630 Lichter; da das Stück 3 Kr. kostet, und jedes Licht in 4 Monaten 5 Dochte fodert.

VI.

Nach des Hrn. Hofraths von Seyffer offiziellen Memoiren hat Tyrol einen Flächeninhalt von $28464\frac{1}{2}$ Quadratkilometern. Ein solcher Kilometer ist $513\frac{3}{13}$ Toisen lang und eben so breit; hingegen hat die geographische Meile eine Länge von $3811\frac{3}{5}$ Toisen und auch die nämliche Breite. Wie viel solcher Quadratmeilen enthält Tyrol nach dieser Angabe?

Ansatz und Berechnung:

Geogr. Q. M.?	$28464\frac{1}{2}$ Quad. Kilometer
1	$513\frac{3}{43}$ Toisen lang
	$513\frac{3}{43}$ — breit
$3811\frac{3}{5}$	1 geogr. Quad. Meile
$3811\frac{3}{5}$	
19058	22062
19058	22062
43	5
43	5
:2 2	56929
	11031
:2 9529	11031

```
19058                56929
 9529                11031
------               ------
171522               56929
 38116              170787
 95290              56929
171522              56929
----------          ----------
181603682           627983799
       43               11031
----------          ----------
 544811046           627983799
 726414728          1883951397
-----------          627983799
7808958326          627983799
        43          --------------
-----------          6927289286769
23426874978                      5
31235833304          --------------
------------         34636446433845
335785208018                      5
                     --------------
                     173182232169225 | 515 3/1 Quad.
                      335785208018   | Meilen.
                     1678926040090   |
                     --------------
                      528962816022
                      335785208018
                     --------------
                      193177608004 5
                      335785208018
                     1678926040090
                     --------------
                      252850039955
```

Zur Uebung. 1. Nach Herrn von Beigel haben 10 Kilometer eine Länge von 34263 bairischen Schuhen, und $25453\frac{9}{10}$ bairische Schuh betragen eine Meile. Was ist nach diesen Angaben der Flächeninhalt von Tyrol?

2. Wenn ein Quadratkilometer nach obiger Angabe $513\frac{3}{43}$ Toisen lang und eben so breit ist; die geographische Quadratmeile aber eine Länge und Breite von $3811\frac{3}{5}$ Toisen hat: wie viele Quadratmeilen enthält das Königreich Großbrittanien, dessen Flächeninhalt auf 342180 Quadratkilometer angeschlagen wird?

VII.

Nach Krünitzens Encyklopädie nehmen 60 Garben Winterroggen einen Raum von 40 Leipziger Kubikellen ein. Wie viele bairische Kubikklafter sind erforderlich, um das Korn von 18 bairischen Tagwerken in sich aufzunehmen, da man rechnen darf, daß auf jedem Quadratschritte eine Garbe wächst? Der Schritt wird zu $2\frac{1}{2}$ rheinischen Schuhen gerechnet, folglich enthält der Quadratschritt $6\frac{1}{4}$ Quadratschuh. 12938 rheinische Längenschuh geben 13913 bairische. Die Leipziger Elle zählt $250\frac{3}{5}$ französische Linien; der bairische Schuh hingegen $129\frac{2}{5}$ derselben. Die Kubikklafter ist 6 Schuh lang, 6 breit und 6 hoch; folglich ist ihr Inhalt 216 Kubikschuh.

Ansatz und Berechnung:

	Kub. Kl.?	18 bair. Tagwerk.
	1	40000 bair. Quad. Sch.
	[13913	12938 rhein. Sch. lang]
	{13913	12938 — — breit]
	$6\frac{1}{4}$	1 Garbe
	60	40 Leipz. Kub. Ellen
	1	$250\frac{3}{5}$ franz. Linien lang
		$250\frac{3}{5}$ — — breit
		$250\frac{3}{5}$ — — hoch
	$129\frac{2}{5}$	
	$129\frac{2}{5}$	1 bair. Kubiksch.
:4		
:25	$129\frac{2}{5}$	
:9		
:2	216	1 bair. Kubikklafter
	25	4
	647	1253
	647	1253
	647	1253
:2	54	10000
	27	400
		200
	3	2
	3	

```
                12938
                12938
            ---------
               103504
               38814
              116442
              25876
             12938
            ---------
            167391844
                 1253
            ---------
            502175532
           836959220
          334783688
         167391844
        -------------
         209741980532
                 1253
        -------------
         629225941596
       1048709902660
       419483961064
      209741980532
      ---------------
      262806701606596
                 1253
      ---------------
      788420104819788
    1314032508032980
    525613403213192
   262806701606596
   ------------------
   329296787113064788
                    4
   ------------------
  1317187148452259152
                    4
  -------------------
  5268748493809036608
                  200
---------------------
1053749718761807321600
```

13913
13913

41739
13913
125217
41739
13913

193571569
647

1355000983
774286376
1161429414

125240806143
647

876685642001
500963224572
751444836858

81030801573521
647

56721561110014647
32412320629408 4
48618480944112 6

52426928618068087
9

471842357562612783

105374971876180732160 0 | 2233½ Kubikklafter.
471842357562612783
943684715125225566

110065003036581755 6
471842357562612783
943684715125225566

156965315240591990 0
471842357562612783
141552707268783834 9

154126079718081551 0
471842357562612783
141552707268783834 9

125733724492977161

Zur Uebung. Im Jahre 1804 wurde aus dem Breisgau geschrieben, daß von einem Jouchart 54 Saum Wein eingebracht worden. Was würde das nach unsrer Rechnung auf einem bairischen Jouchart betragen? Ein Saum faßt 80 Maaß zu $84\frac{1}{4}$ Pariser Kubikzoll. Eine bairische Maaß hält $74\frac{1}{3}$ bairische Kubikzoll. 14400 bairische Zoll in die Länge, Breite und Tiefe geben 12938 Pariserzoll nach den nämlichen 3 Abmessungen. Ein Breisgauer Jouchart mißt 36000 Wiener Quadratschuh, und 12938 Wienerschuh in die Länge und Breite schließen so viel Flächenraum ein als $14011\frac{7}{10}$ bairische Schuh in eben dem Sinne genommen. Endlich machen, wie schon öfters erinnert worden, 40000 bairische Quadratschuh ein bairisches Jouchart aus?

Einundzwanzigster Abschnittt.

Von der einfachen Gesellschaftsrechnung.

§. 135. Begriff dieses arithmetischen Artikels.

Sollen aus irgend einer Summe Theile gemacht werden, die sich wie gewisse andere zum Grund gelegte Zahlen verhalten, so nennt man das Verfahren, dieß zu bewerkstelligen, eine einfache Gesellschaftsrechnung. Hieher gehört z. B. der Fall: Drey Personen schießen Geld zusammen, um ihr Glück in der Lotterie zu machen. Sie gewinnen auch wirklich eine Terne

von 8000 fl.; was trifft jeden, da die Person A 12 fl., B 16 und C 20 fl. zum Einsatz beygetragen? Es ist nun sehr natürlich, daß sich ihre betreffenden Antheile wie die Beyträge des Einsatzes verhalten müssen; denn wer viel Geld hergeschossen hat, hat auch das Recht, viel vom Gewinn zu ziehen, und wer wenig beygetragen, wird sich gefallen lassen, auch wenig vom Gewinn zu nehmen.

§. 136. Regeln dieser Gesellschaftsrechnung.

1. Man bringe die gegebnen Verhältnißzahlen alle in eine Summe.

2. Man spreche nach der Reesischen Regel: Wie viel trifft die erste Verhältnißzahl, wenn die Summe aller Verhältnißzahlen die ganze zu vertheilende Summe trifft?

3. Diesen Ansatz wiederhohle man mit jeder Verhältnißzahl, so wird man eben so viele proportionirte Theile erhalten, als viele Verhältnißzahlen sind.

4. Bringt man am Ende alle Betreffe in eine Summe, so muß sie genau der zu vertheilenden Summe gleich seyn. Dieß ist die natürlichste Probe einer so ausgeführten Gesellschaftsrechnung.

§. 137. Versinnlichung aller dieser Regeln am obigen gegebnen Beyspiele.

Kurz läßt sich dasselbe so fassen: Drey Personen haben 8000 fl. zu theilen, so daß sich ihre Betreffe wie die Zahlen 12, 16 und 20 verhalten.

Behandlung:

I.

```
12 Gew. fl. ? | 12 fl. Einlage
16            |
20         48 | 8000 fl. Gew.
--         -- | ----
48          6 | 1000
   :8         |   2
   :6           ----
                2000
```

II.

```
Gew. fl. ? | 16 fl. E.
        48 | 8000 fl. G.
        -- | ----
:8       6 |
:2       3   2
             222(2
             8000 | 2666⅔ fl.
             3333 |
```

III.

```
Gew. fl. ? | 20 fl. E.
        48 | 8000 fl. Gew.
        -- | ----
:8       6 | 1000
:2       3 |   10
             -----
             111(1
             10000 | 3333⅓ fl.
             3333  |
```

Probe:

```
2000
2666⅔
3333⅓
-----
8000 fl.
```

§. 138. Beweis dieses Verfahrens.

Da 48 fl. Einlage 8000 fl. Gewinn hervorgebracht haben, so bestimme man durch eine Division, oder durch einen Reesischen Ansatz, wie viel auf einen Gulden trifft. Diesen Antheil nehme dann jede Person so oft, als viele Gulden sie gelegt hat. Natürlicher kann man wohl nicht zu Werke gehen; nur ist dieser Gang selten der leichteste.

```
   Gew. fl. ? | 1 fl. Einlage
           48 | 8000
           -- | ----
:8          6 | 1000
:2          3 |  22(2
                 500 | 166⅔ fl.
                 333 |
```

Es treffen demnach auf jeden Gulden Einlage $166\frac{2}{3}$ fl. Diesen Gewinn bekömmt die erste Person 12 mal, weil sie 12 fl. gelegt, die zweyte Person 16, und die dritte 20 mal; daher die Multiplikationen, oder die Reesischen Ansätze:

```
        I.
fl. ? | 12 fl.
    1 | 166 2/3 fl.
  ----+----------
:3  3 | 500
      | 4
      -----
      2000
```

```
        II.
fl. ? | 16 fl.
    1 | 166 2/3 fl.
  ----+----------
    3 | 500
        16
        500
     ---------
     222(2
     8000   | 2666 2/3 fl.
     3333   |
```

```
        III.
fl. ? | 20 fl.
    1 | 166 2/3 fl.
  ----+----------
    3 | 500
    |    20
    111(1
    10000 | 3333 1/3 fl.
    3333  |
```

Es kommen demnach die nämlichen Betreffe zum Vorschein, wie oben.

Beyspiele zur einfachen Gesellschaftsrechnung.

I.

Es wurde unlängst eine Wasserbaukommission nach einem entfernten Flusse abgeordnet, die aus

einem Direktor, aus zwey sachverständigen Räthen und einem Aktuar bestand. Sie speisten die ganze Zeit über gemeinschaftlich, und theilten sich in die Zehrungskosten nach Verhältniß ihrer Diäten. Der Direktor hatte 11 fl., ein Rath 8 fl. und der Aktuar 5 fl. Die Zeche machte zu Ende 188 fl. 54 Kr.; was muß jeder zur Tilgung derselben beytragen?

Ansatz und Berechnung:

Addition der Verhältnißzahlen:

```
 11
  8
  8
  5
 ---
 32
```

I.

```
     fl. ? | 11 fl.
       32  | 188 9/10 fl.
       10  | 1889
      ---  |   11
      320  | -----
             1889
            1889
            --------
            20779 | 64 fl.    ⎫
            32 0  |           ⎪
            192               ⎪
            ---               ⎪
            157               ⎪
             32               ⎪
            128               ⎬ Betreff des Direktors.
            ---               ⎪
             299              ⎪
              60              ⎪
            -----             ⎪
            17940 | 56 1/16 Kr. ⎭
             32   |
            160
            ---
            149
             32
            192
            ---
              2
```

II.

fl. ? | 8 fl.

32 | 188 9/10 fl.

:8 10 | 2

4 | 1889 | 47 fl.

40 | 440 |

60

1(2(2)

540 | 13 1/2 Kr.

440 |

Betreff eines Raths.

III.

fl. ? | 5 fl.

32 | 188 9/10

:5 10 | 1889 | 29 fl.

2 | 64 |

64 | 128

609

64

576

33

60(4

1980 | 30 1/16 Kr.

64 |

192

60

Betreff des Aktuars.

Probe:

Direktor	64 fl.	56 1/16 Kr.
Erster Rath	47 —	13 1/2 —
Zweyter Rath	47 —	13 1/2 —
Aktuar	29 —	30 15/16 —
	188 fl.	54 Kr.

Zur Uebung. Um weißes Schießpulver zu verfertigen nimmt man 12 Theile Salpeter, 2 Theile Schwefel, und 3 Theile faules, wohl ausgetrocknetes Holz im fein zermalmten Zustande. Ein Materialist will sich einen Zentner solches Vexirpulver verfertigen lassen; wie viel muß er Salpeter, Schwefel und Mehl von faulem Holze auf die Papiermühle liefern?

II.

Als das Getreid einst sehr theuer war, standen 4 Leerhäusler zusammen, um ein Schäffel Weitzen für $52\frac{3}{4}$ fl. zu kaufen. A gab $11\frac{2}{3}$ fl., B $9\frac{1}{2}$, C $16\frac{1}{4}$ fl. und D das übrige. Sie bekamen $8\frac{3}{4}$ Metzen Mehl; wie viel trifft jeden?

Bearbeitung:

Man addire die 3 ersten Beyträge, und ziehe die Summe von $52\frac{3}{4}$ fl. ab, so erhält man das, was der vierte oder der Leerhäusler D zum Ankaufe hergegeben.

Addition:

$$11\frac{2}{3} + 9\frac{1}{2} + 16\frac{1}{4} = 37\frac{5}{12}\text{ fl.}$$

$$2 \;\Big|\; \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \quad (2)$$

(12)
8
6
3
(5
$\frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}$

Subtraktion:

$52\frac{3}{4}$ — $\frac{3}{4}$ — $\frac{5}{12}$

$37\frac{5}{12}$ — 36, 20

$15\frac{1}{3}$ fl. der Beytrag des vierten Leerhäuslers. — $\frac{16}{48}$ (16) = $\frac{1}{3}$

I.

Metzen ? | $11\frac{2}{3}$ fl.

$52\frac{3}{4}$ | $8\frac{3}{4}$ Metzen

4 | 35
211 | 35
3 | 4

633 | 35
35
175
105
1225 | 1 Metzen
633
592
32
1184
1776
18944 | $29\frac{587}{633}$ Dreyßger.
633
1266
6284
633
5697
587

II.

Metzen?	$9\frac{1}{2}$ fl.
$52\frac{3}{4}$	$8\frac{3}{4}$
211	35
2	19
422	315
	35

665 | 1 Metzen
422
243
32
486
729(2
7776 | $18\frac{90}{211}$ Dreyßger
422
3556
422
3376
180

III.

$$
\begin{array}{r|l}
\text{Metzen ?} & 16\frac{1}{4}\ \text{fl.} \\
52\frac{3}{4} & 8\frac{3}{4}\ \text{Metzen} \\
\hline
211 & 35 \\
4 & 65 \\
\hline
844 &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
65 \\
35 \\
\hline
325 \\
195 \\
\hline
2275 \,|\, 2\ \text{Metzen} \\
844 \,| \\
1688 \\
\hline
587 \\
32 \\
\hline
1174 \\
1761 \\
\hline
(4 \\
18784 \,|\, 22\frac{54}{211}\ \text{Dreyßger} \\
844 \,| \\
1688 \\
\hline
1904 \\
844 \\
1688 \\
\hline
216
\end{array}
$$

IV.

Metzen? | $15\frac{1}{3}$ fl.

$52\frac{3}{4}$ | $8\frac{3}{4}$

211 | 35
3 | 46

633 | 210
140

1610 | 2 Metzen
633 |
1266

344
32

688
1032

11008 | $17\frac{247}{633}$ Dreyßg.
633 |

4678
633
4431

247

Probe:

A erhält	1	Metzen	$29\frac{587}{633}$	Dreyßger	587
B —	1	—	$18\frac{90}{211}$	— —	270
C —	2	—	$22\frac{54}{211}$	— —	162
D —	2	—	$17\frac{247}{633}$	— —	247
	$8\frac{3}{4}$	Metzen —		— —	1266

1266 | 2
633 |
1266

—

(8)
88 | $2\frac{3}{4}$
32 |
64

24

Zur Uebung. 1. Eine Gemeinde auf dem Lande entschließt sich zur Stallfütterung, und vertheilt ihre bisherige Weidenschaft unter sich zur Kultur. Was trifft jeden, wenn sie die Vertheilung nach ihrem Hoffuß einrichten, und A $1\frac{1}{2}$ Hof, B und C jeder 1, D, E und F jeder $\frac{1}{2}$, endlich G, H, I und K jeder $\frac{1}{16}$ Hof besitzt, da ihre Weidenschaften $34\frac{2}{5}$ Tagwerk groß sind?

2. Eine andere Parthey macht dieser Gemeinde den Vorschlag, besagte Weidenschaften nach der Viehzahl zu vertheilen. Wie fallen da die Theile aus, da A 24 Stück, B und C jeder 16, D, E und F jeder 8, und die übrigen jeder 2 Stück ausgetrieben hatte?

Zweyundzwanzigster Abschnitt.

Von der zusammengesetzten Gesellschaftsrechnung.

§. 139. Begriff dieser Rechnungsart.

Die Verhältnißzahlen, nach welchen die zu berechnenden Theile einer Summe ausfallen sollen, können auch Produkte seyn, und bey solchen Umständen nenne ich die Gesellschaftsrechnung zusammengesetzt. Folgendes Beyspiel zeigt die Möglichkeit solcher Rechnungsfälle.

Drey Kaufleute treten unter sich in Gesellschaft. A schießt 840 fl. auf 3 Jahre her, B 560 fl. auf $4\frac{1}{2}$ Jahr, und C $419\frac{3}{4}$ fl. auf $6\frac{2}{3}$ Jahr. Sie gewinnen damit eine

reine Summe von 4670 fl.; was trifft jeden?

§. 140. Berechnung des aufgestellten Exempels.

Man multiplicire vor allem die Einlaggelder mit den Zeiten, die aber allemal in einerley Maaße, nämlich in lauter Jahren, oder in lauter Monaten u. s. w. ausgedrückt seyn müssen.

$$\begin{array}{r} 480 \\ 3 \\ \hline 2520 \end{array} \quad 560 \times 4\frac{1}{2} = 560 \times \frac{9}{2} = \frac{5040}{2} = 2520$$

$$419\frac{3}{4} \times 6\frac{5}{6} = \frac{1679}{4} \times \frac{41}{6} = \frac{68869}{24} = 287\frac{1}{24}$$

Diese 3 Produkte werden als die rechtmässigen Verhältnißzahlen in eine Summe gebracht.

$$\begin{array}{r} 2520 \\ 2520 \\ 2827\frac{1}{24} \\ \hline 7867\frac{1}{24} \end{array}$$

Nun kommt die Reihe an die drey Reesischen Ansätze, wovon die beyden ersten einerley Resultat geben:

R

I.

fl. ?	2520 fl.
$7867\frac{1}{24}$	4670 fl.
188809	24

4670
252 0
934
2335
934
11768400
24
470736
235368
282441600 | 1495 fl.
188809
930326
188809
755236
1810900
188809
1699281
1116190
188809
944045
173145
60
10328700 | $54\frac{133014}{188809}$ Kr.
188809
944045
888250
188809
755236
133014

Antheil sowohl des A als des B.

II.

fl. ? | $2827\frac{1}{24}$ fl.

188809 | 4670

24 | 24

67849

4670

474943

407094

271396

316854830 | 1678 fl.

188809

1280458

188809

1132854

1476043

188809

1321663

1543800

188809

1510472

33328

60

1999680 | $10\frac{11159}{188809}$ Kr.

188809

11159

(Antheil des C.)

Probe:

A erhält	1495 fl.	$54\frac{133014}{188809}$	Kr.
B —	1495 —	$54\frac{133014}{188809}$	—
C —	1678 —	$10\frac{111590}{188809}$	—

4670 fl. Kr. 377618 | 2

188809

377618

—

Zur Uebung. 1) 4 Staatsdiener erhalten wegen einer gemeinnützigen Unternehmung von ihrem Landesherrn eine Prämie von 11000 fl., die sie laut höchsten Rescripts nach Verhältniß ihrer Besoldung und auch zugleich nach Verhältniß der Zeit, während sie in landesherrlichen Diensten stehen, unter sich vertheilen sollen. A genießt 800 fl. und steht bereits $19\frac{3}{4}$ Jahr in Besoldung, B 900 seit $14\frac{2}{3}$ Jahren, C 1000 fl. seit $11\frac{5}{6}$ Jahren, und D 1200 seit $5\frac{1}{12}$ Jahren. Wie viel trifft jeden von dieser Prämie?

2) 3 Getraidmäkler kaufen in einer fremden Stadt, einen beträchtlichen Vorrath, und miethen zugleich einen Speicher, um denselben aufbewahren zu können. A hatte $59\frac{1}{2}$ Schäffel 7 Wochen dort stehen, B $80\frac{2}{3}$ Schäffel $11\frac{1}{2}$ Wochen, und C $112\frac{1}{6}$ Schäffel auf $14\frac{2}{7}$ Wochen. Sie müssen für den Speicher 28 fl. Miethzinns bezahlen; was muß hieran jeder beytragen?

Dreyundzwanzigster Abschnitt.

Verwickelte Aufgaben der gemeinen Arithmetik.

§. 141. Was man darunter zu verstehen habe.

Es giebt Rechnungsfälle, die mehrere verschiedenartige Ansätze fordern, um sie gehörig aufzulösen, wozu aber noch eben keine Algebra, Geometrie oder andere mathematische Wissenschaften nothwendig sind. Es lassen sich hierüber keine allgemeine Regeln festsetzen, wie man dergleichen Aufgaben anpacken und behandeln müsse. Alles scheint hiebey darauf anzukommen, daß man die vorgelegte Aufgabe wohl verstehe, und mit gesundem Menschenverstande aus der Natur derselben bestimme, was zuerst gefunden werden müsse, um mittels desselben ein tiefer verstecktes Resultat entwickeln zu können. Das nächste beste Beyspiel wird mehr Licht über das Gesagte zu verbreiten im Stande seyn, als eine Menge abgezogener Gemeinsätze.

§. 142. Ein Beyspiel und dessen Behandlung.

Ein Both hat eine Reise von $54\frac{1}{2}$ Meilen vor. Er ist gewohnt, täglich $4\frac{1}{4}$ Meilen zu gehen, und doch nur 42 Kr. zu verzehren. Was muß er von der Meile begehren, damit ihm noch 11 fl. Gewinn übrig bleiben?

Auflösung. Man berechne, wie hoch ihm die Reise zu stehen kommt, addire den Gewinn dazu,

und untersuche durch einen neuen Ansatz, was hievon auf die Meile trifft.

	fl. ?	$54\frac{1}{2}$ Meilen
	$4\frac{1}{4}$	1 Tag
	1	42 Kr.
	60	1 fl.
	17	4
:2	2	109
:2	30	2
:6	5	7
	85	763 | 8 fl.

```
763 | 8 fl.
85
680
---
 83
 60 (5
----
4980 | 58 10/17 Kr.
 85
 425
----
 730
  85
 680
----
  50
```

Addition:

8 fl.	$58\frac{10}{17}$	
11 —	—	
19 fl.	$58\frac{10}{17}$	

wofür man die runde Zahl 20 fl. setzen darf.

Kr. ?	1 Meile
$54\frac{1}{2}$	20 fl.
2	
1	60
109	2

$$\begin{array}{r|l} 120 & \\ 20 & \\ \hline 2400 & 22\frac{2}{109} \text{ Kr. muß er von der} \\ 109 & \text{Meile begehren.} \\ 218 & \\ \hline 220 & \\ 109 & \\ 218 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

Zur Uebung. Im Jahr 1795 wurde im churfürstlichen (dermal königlichen) weißen Bräuhause zu München mit Rücksicht auf Holzersparniß eine neue Pfanne angelegt. Vorher brauchte man zu einem Sud $1\frac{1}{2}$ Klafter Holz von $5\frac{1}{2}$ Schuh Scheiterlänge; jetzt hingegen $2\frac{2}{3}$ Klafter von $3\frac{1}{2}$ Schuh Scheiterlänge. Was betrug der Gewinn bey einem Sud, da die Klafter Holz von $3\frac{1}{2}$ Schuh Scheiterlänge 3 fl. 38 Kr. kostete?

§. 143. Zergliederung eines ähnlichen Beyspiels.

Ein Faß Wein, das 12 Eimer hält, ward von einem Gastgeber für 640 fl. 45 Kr. gekauft. Davon werden 80 Maaß heruntergelassen, und mit einem andern Wein aufgefüllt, wo die Maas $27\frac{1}{2}$ Kr. kostet; was ist die Maas von diesem gemischten Wein werth?

Auflösung:

Man rechne erst, was die 80 Maaß werth sind, welche aus dem Fasse herausgenommen worden, und ziehe den Betrag von 640 fl. 45 Kr. ab.

```
         fl. ? | 8ø M.
            64 | 1 Eimer
            12 | ø40 3/4 fl.
               |      4
        -------|---------
:4           4 |  2563
:4             |    2ø
             3 |     5
        -------|---------
           192 |  12815 | 66 fl.
                   192  |
                  1152
                 ------
                  1295
                   192
                  1152
                 ------
                   143
                    60
                 ------       (4    (3)
                 |8580 | 44 33/48 = 44 11/16
                   192 |
                   768
                 ------
                   900
                   192
                   768
                 ------
                   132
```

Subtraktion:

640 fl.		45	Kr.
66	—	$44\frac{11}{16}$	—
574 fl.		$\frac{5}{11}$	Kr.

Nun muß bestimmt werden, was die 80 Maas, welche hineingegossen worden, werth sind, und dieß ist dann hinzu zu addiren. Der Bruch $\frac{5}{11}$ Kr. mag füglich weggelassen werden.

	fl.?	8Ø Maaß
	1	~~27~~ $\frac{1}{2}$ Kr.
	6Ø	1 fl.
	~~2~~	55
:2	3	~~4~~
:2		2
	~~2~~(2	
	~~11~~Ø	$36\frac{2}{3}$ fl.
	~~33~~	

Addition:

574	fl.
$36\frac{2}{3}$	—
$610\frac{2}{3}$	fl.

Endlich wird es leicht seyn, zu finden, wie hoch die Maas gemischten Weins kommt.

	Kr. ?	1 Maaß	
	64	1 Eimer	
	12	610 $\frac{2}{3}$ fl.	
	1	60	
:3	3	1832	
:4	3	20	
:4	16	5	
:2	8	458	
	24	229	
		5	
		1145	47 Kr.
		24	
		96	
		185	
		24	
		168	
		17	
		4(4	
		68	$2\frac{5}{6}$ Pf.
		24	
		48	
		20	

Der Werth einer Maaß.

Zur Uebung. Ein Bauer säete voriges Jahr 37 Metzen Korn auf 3 gleiche große Aecker. Vom ersten Acker bekam er 4, vom zweyten 7 und vom dritten 9 Schäffel Saamen. Nachdem er den Zehend gereicht und ausgedroschen hatte, behielt er den Saamen zurück nebst noch $11\frac{1}{2}$ Schäffel zum eignen Unterhalt. Das Uebrige verkaufte er zu 2 gleichen Parthieen, eine, das Schäffel zu $15\frac{2}{5}$ fl. und die andere zu $13\frac{3}{4}$ fl.; was gewann er, wenn der Betrag des Strohes die sämmtlichen Kosten deckt?

§. 144. Zergliederung eines andern Exempels.

4 Kaufleute treten in Gesellschaft. A giebt 300 Dukaten zu $5\frac{1}{3}$ fl. auf 3 Jahre; B giebt 20 Zentner Zucker auf 8 Jahre; C 2304 fl. auf unbestimmte Zeit, und D bleibt 4 Jahr in Gesellschaft. Sie gewinnen 4000 fl., und theilen sich so darein: So oft A 6 fl. nimmt, bekömmt B 9 fl. So oft aber A $3\frac{1}{3}$ fl. erhält, giebt sich C 8 fl.: und D zieht so oft 4 fl., als oft A und B zusammen $5\frac{1}{3}$ fl. haben.

Fragen: 1) Wie hoch ist der Zentner Zucker angeschlagen? 2) Wie lange blieb C in Gesellschaft? 3) Wie viel legte D? 4) Was gewann jeder?

Bearbeitung:

Ohne sich an die Ordnung der Fragen zu kehren, suche man zuerst, was jeder gewinnt. Dazu ist aber nöthig, daß man bey den Verhältnißzahlen einerley Maaßstab herstelle. Man frage demnach, was C bekommt, wenn A 6 fl. nimmt?

```
fl. ? | 6 fl.
 3 1/3| 8 fl.
   3  |
   10 | 3
   -------
      24
       6(2
   -------
   144 | 14 2/5 fl.
    10 |
```

In der nämlichen Absicht frage man, was D bekömmt, wenn A und B zusammen 15 fl. erhalten?

fl. | 15 fl.
$5\frac{1}{3}$ | 4 fl.
3
:4 16 | 3
4 | (1
45 | $11\frac{1}{4}$ fl.
44 |

Nun berechne man aus diesen Verhältnißzahlen von einerley Maaßstab die 4 Gewinnste nach einander.

A	6 fl.	
B	9 —	$\frac{2}{5} + \frac{1}{4}$
C	$14\frac{2}{5}$ —	8
D	$11\frac{1}{4}$ —	5
	$40\frac{13}{20}$	$\frac{13}{20}$

I.

fl. ? | 6 fl.
$40\frac{13}{20}$ | 4000
2
:3 813 | 20
271 | 2
40
4000
160000 | $590\frac{110}{271}$ fl. erhält A.
271 |
1355
2450
271
2439
110

II.

```
        fl. ? | 9 fl.
        813   | 40000
              |    20
:3            |     3
        ------|------
        271   |  . 60
                 4000
            ----------
            240000 | 885 165/271 fl.
            271
            2168
            ------
            2320
            271
            2168
            ------
            1520
            271
            1355
            ------
            165
```

$885\frac{165}{271}$ fl.

III.

```
        fl. ? | 14 2/5
        813   | 4000
              |   10
:5        5   |   72
:3      271   |    4
                  24
              ------
                  96
                4000
            --------
            384000 | 1416 164/271 fl., was C trift.
            271
            ------
            1130
            271
            1084
            ------
            460
            271
            ------
            1890
            271
            1626
            ------
            164
```

$1416\frac{164}{271}$ fl., was C trift.

IV.

fl. ? | $11\frac{1}{4}$ fl.
813 | 4000
| 20
4 | 15
:4 271 | 5
:3 | 75
4000

300000 | $1107\frac{3}{271}$ fl., der Antheil des D.
271
290
271
1900
271
1897
3

Es ist nun nicht mehr schwer, durch einen zusammengesetzten Reesischen Ansatz zu bestimmen, wie groß das Leggeld des B seyn muß, der 8 Jahre in der Gesellschaft gewesen, und 20 Zentner Zucker statt Geld gegeben hat. Bekanntlich war die Einlage des A 300 Dukaten oder 1600 fl.

[Einlage fl. ? | $885\frac{165}{271}$ Gewinn
[Jahr 8 | 1600 fl. Einlage.
Gewinn fl. $590\frac{110}{271}$ | 3 Jahr
:8 160000 | 240000
3
100
300
3
900 fl. die Einlage von B.

Wird demnach mit den 20 Zentnern darein dividirt, so kommen 45 fl. als der Preis eines Zentners.

Man frage ferner, wie lange C in Gesellschaft gestanden?

{ Jahr ?	$1416\frac{164}{271}$ fl. Gewinn.
{ Einlage fl. 2304	
Gewinn fl. $590\frac{110}{271}$	3 Jahr }
	1600 fl. Einlage }
160000	384000
:3 768	10 | 5 Jahre, die verlangte
:384 2	2 | Antwort.

Endlich soll noch bestimmt werden, was D eingelegt hat.

{ Einlage fl. ?	$1107\frac{3}{271}$ fl. Gewinn
{ Jahr 4	
Gewinn fl. $590\frac{110}{271}$	1600 fl. Einlage }
	3 Jahr }
160000	300000
:4	750
	3
	2250 fl., das Leggeld von D.

Zur Uebung. 1. Jemand leihet an 5 Handelsleute 68880 fl. zu 5 Prozent, und zwar an A eine gewisse Summe auf 24 Tag, an B auf 20 Tag, an C auf 15 Tag, an D auf 12, und an E auf 10 Tag. Es fand sich in der Rechnung, daß einer so viel Interessen zahlte als der andere; wie viel hätte wohl jeder Kapital in Händen?

2. Ein Bankier kauft 3 Obligationen (Schuldscheine). Die erste beträgt 2000 fl. zu 4 Prozent,

und weil sie erst nach 4 Monaten fällig ist, so zahlt er 93 fl. fürs Hundert. Die zweyte von 1000 fl. zu $3\frac{1}{2}$ Prozent, welche noch 11 Monat zu laufen hat, folglich das Hundert mit 91 fl. bezahlt wird. Die dritte von 3000 fl. zu $4\frac{1}{2}$ Prozent auf 8 Monat, wo das Hundert mit 94 fl. bezahlt wird. Wie viel Prozent trägt das ganze Geschäft überhaupt? Oder zu wie viel Prozent müßte man alle diese ausgelegten Kapitalien ohne Rabat in eben der Zeit ausleihen, daß sie den nämlichen Gewinn brächten?

Vierundzwanzigster Abschnitt.

Von den zehentheiligen Brüchen (Decimalen, Decimalbrüchen.)

§. 145. Begriff dieser Art gebrochner Zahlen.

Brüche, die zum Nenner 10, 100, 1000 u. s. w. oder überhaupt eine Nullzahl mit der voranstehenden Einheit haben, werden Decimalbrüche genennt. Sie unterscheiden sich der Form nach von den gemeinen Brüchen, daß man die Nenner nicht offenbar darunter schreibt, sondern ihnen eine solche Einrichtung giebt, daß man beym ersten Anblick derselben wissen könne, wie viele Nullen der Nenner haben müsse. Man trennt nämlich den Zähler von der ganzen Zahl durch einen Beystrich (Comma), und giebt ihm so viele Zifferstellen, als der Nenner Nullen mit sich führt. Hat jähling der Zähler nicht so viele Ziffer, so ergänzt man sie gegen die Linke mit leeren Decimalstellen, das ist, durch Nullen. Im Fall keine ganze Zahl beym Bruch steht, wird der Mangel ebenfalls durch Nullen ersetzt. Man schreibt demnach $88\frac{3}{10}$ also: 88,3; $18\frac{7}{100}$ so: 18,07; $\frac{51}{100}$ so: 0,51.

§. 146. Wie die Decimalen gelesen werden.

Man spricht die Decimalen wie gemeine Brüche aus, das ist, man liest z. E. die Zahl 11,084 so: 11 Ganze und 84 Tausendl; oder man drückt beym Lesen Ziffer für Ziffer aus, z. B. in dem eben angeführten Exempel: 11 Ganze, kein Zehntl, 8 Hundertl, 4 Tausendl. Denn man darf nur die beyden Brüche $\frac{8}{100}$, $\frac{4}{1000}$ unter einerley Nenner bringen und addiren, so ergiebt sich die erstere Lesart wieder.

Es ist aber $\frac{8}{100} = \frac{80}{1000}$; daher $\frac{80}{1000} + \frac{4}{1000} = \frac{84}{1000}$. Hieraus erhellet sattsam, daß durch die Decimalen das zehnfache Fallen des Werthes der Ziffernstellen von der Linken zur Rechten fortgesetzt wird.

§. 147. Von Verwandlung der gemeinen Brüche in Decimalen:

Man darf nur den Zähler eines gewöhnlichen Bruches mit 10, 100 oder 1000 multipliciren und das Produkt durch den Nenner dividiren, so erhält man Zehntl, Hundertl oder Tausendl. Es ist dies die nämliche Verfahrungsart wie bey der Auflösung eines Guldenbruches in Kreutzer, eines Zentnerbruches in Pfunde u. s. w. Man multiplicirt auch hier den Zähler mit 60, und im zweyten Falle mit 100, weil der Gulden 60 Kr. und der Zentner 100 Pfund hält, und dividirt dann mit dem Nenner in das Produkt. So geht es denn auch bey den Decimalen. Ein Ganzes enthält 10 Zehntl, 100 Hundertl, 1000 Tausendl. Um also aus einem gemeinen Bruche Zehntl oder Hundertl zu bekommen, muß man ehevor durch 10 oder 100 multipliciren, und dann mit dem Nenner dividiren. Ueberhaupt dürfen dem Zähler nur so viele Nullen angehängt werden, bis die Division aufgeht, oder wenn dieß nicht erfolgt, so viele

Decimalen man zu haben wünscht. Z. E. Was geben die Brüche $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{5}{7}$ für Decimalen?

3|0,75 = $\frac{3}{4}$
4|
30
4
28
20
4
20
—

1|0,0625 = $\frac{1}{16}$
16|
10
16
100
16
96
40
16
32
80
16
80
—

5|0,714 . . . = $\frac{5}{7}$
7|
50
7
49
10
7
30
7
28
20

§. 248. Wie viele Decimalen müssen in solchen Fällen genommen werden, wo die Division nicht aufgeht?

Es kommt dabey auf die Genauigkeit an, die der Gegenstand erheischt. Meistentheils begnügt man sich mit 3 Decimalstellen, zuweilen sucht man aber

auch 6 bis 7 derselben. So z. B. findet man in guten Lehrbüchern der Physik das Gewicht eines französischen Kubikschuh Wassers in 69,015 Pariserpfunden; hingegen das Gewicht eines französischen Kubikzolles der atmosphärischen Luft in 0,46005 Grän ausgedrückt. Es hielt aber das ehemalige Pariserpfund 9216 Grän.

§. 149. Wie kann man sich bey der Verwandlung gemeiner Brüche in Decimalen überzeugen, daß man richtig gerechnet habe?

Im Fall die Division aufgegangen ist, darf man nur dem erhaltenen Decimalbruche seinen entsprechenden Nenner geben und ihn gehörig abkürzen, so muß der gemeine Bruch, aus dem die Decimalen entstanden sind, wieder zum Vorschein kommen. Z. B. $\frac{1}{16}$ wurde oben = 0,0625 befunden. Nun stelle man den Kalkul so:

$$\frac{625}{10000} \overset{(5}{=} \frac{125}{2000} \overset{(5}{=} \frac{25}{400} \overset{(5}{=} \frac{5}{80} \overset{(5}{=} \frac{1}{16}$$

Ist die Division nicht aufgegangen, so muß man den Rest kennen, um die Probe zu machen. Das Uebrige ergiebt sich dann von selbst.

Bey der obigen Verwandlung des gemeinen Bruches $\frac{5}{7}$ in Decimalen kam heraus 0,714 und blieben noch 2 im Rest, daher beträgt der ganze Decimalwerth des gegebnen Bruches genau

$$0{,}714\frac{2}{7} = \frac{\frac{5000}{7}}{1000}, \text{ das ist } \frac{5000}{7000} \overset{(1000}{=} \frac{5}{7}$$

Einige Beyspiele zur Beleuchtung.

I.

Eine Crusado — eine portugiesische Münze — hat nach unserm 24 fl. Fuß,

wenn sie von Gold ist und zu 400 Rees gerechnet wird, einen Werth von $1\frac{1}{5}$ fl.; als Rechnungsmünze im Wechsel hingegen gilt sie $1\frac{1}{8}$ fl. Wie sehen diese Brüche decimalartig aus?

Auflösung:

```
1|0,2          1|0,125
5|             8|
---            10
10              8
 5             ---
10             20
---             8
—              16
               ---
                40
                 8
                40
               ---
                —
```

Es gilt demnach die Crusado als Goldmünze 1,2 und als Rechnungsmünze 1,125 fl. hiesiges Geld.

II.

Man rechnet bey der königl. Strassen- und Wasserbau-Direktion in München für den Transport einer Faschine auf $\frac{1}{2}$ Meile $1\frac{1}{6}$ Pf.; wie fällt diese Angabe in der Decimalstellung aus?

Auflösung:

```
1|0,166 ...
6|
---
10
 6
---
40
 6
36
---
 40
  6
 36
---
  4
```

III.

Das Münchner Schäffel — ein Getreidmaaß — hält $8\frac{55}{57}$ bairische Kubikschuh. Man schreibe den angehängten Bruch decimalartig.

Auflösung:

```
550|0,965
 57|
513
----
 370
  57
 342
----
  280
   57
  285
```

Man kann also auch sagen, daß 1 Münchner Schäffel 8,965 bairische Kubikschuh enthält.

Anmerkungen. Es geht zwar am Ende der Division nicht ganz 5 mal, wie aus dem Produkt 285 erhellt; allein die Wahrheit neigt sich doch mehr gegen 5 als gegen 4, weil bey 4 zu viel weggeworfen werden müßte.

Zur Selbstübung.

I.

Man darf in Durchschnitt rechnen, daß ein Strassenarbeiter des Tags über $18\frac{3}{4}$ Quadratklafter überkieset. Wie kann dieser Bruch $\frac{3}{4}$ in Decimalen gegeben werden?

II.

Ein römischer Skudo — eine Silbermünze — gilt $2\frac{10}{40}$ fl. in rheinischer Währung. Man mache aus $\frac{10}{40}$ einen Decimalbruch.

III.

Der französische Metre — ein seit Frankreichs Staatsumwälzung allgemein eingeführtes Längen-

maaß — hält $3\frac{27}{340}$ ehemalige Pariserschuhe. Man hänge der Zahl 3 einen äquivalenten Decimalbruch an.

§. 150. Addition der Decimalen.

Man braucht hier nur das Hauptgesetz der Gleichartigkeit anzuwenden, das heißt, man stelle Zehntl unter Zehntl, Hundertl unter Hundertl u. s. w., und dann hat man eine gemeine Addition in Zahlen. Denn weil 10 Hundertl ein Zehntl und 10 Zehntl eine Einheit geben, so wird auch hier das Zehnfache immer zur vorstehenden Reihe gezählt. Z. B. Es wären die Zahlen gegeben: 13,2 + 0,946 + 288 + 4,57 + 19,43098 + 0,001477. Der Ansatz und die Berechnung wird demnach folgende seyn:

```
 13,2
  0,946
288
  4,57
 19,43098
  0,001477
-----------
326,148457.
```

Beyspiele zur Uebung.

I.

Bey einer Glocke befindet sich an Kupfer 32,492 Zt., an Messing, 16,5764, an Zinn 10,67 und an Silber 0,7416 Zt.; wie schwer ist diese Glocke?

Ansatz und Berechnuug:

```
32,492
16,5764
10,67
 0,7416
-------
60,4800 d. i. 60 Zt. und 48 ℔.
```

III.

Die Höhe eines Kirchthurms wird so beschrieben: Von der Erde bis zur Uhr sind 86,8, von der Uhr bis zur Kuppel 72,592, von der Kuppel bis zum Kreutz 39,0448, und von da bis zu des Kreuzes Ende 1,75 bairische Schuh: wie hoch ist der ganze Thurm?

Ansatz und Berechnung:

85,8
72,592
39,0448
1,75
―――――
200,1868 bairische Schuh.

III.

Wie viele Stunden Weges hat man von München nach Tyrol auf der Poststrasse zu hinterlegen, da von München bis Wolfertshausen 7,687, von da bis Laingrub 7,57, von da bis Werdenfels 6,2581, und endlich von da bis an die Scharnitz 5,1454 Stunden gerechnet werden?

Ansatz und Berechnung:

7,687
7,57
6,2581
5,1454
―――――
Antw. 26,6605 Stunden, jede zu 12703 bairischen Schuhen gerechnet.

Exempel zum Selbstrechnen.

I.

Jemand hat 3 Mehlkästen. Er fand durch Geometrie, daß der größte 17,4 der mittlere 9,607,

und der kleinste 2,8824 Metzen enthält. Nun sind alle drey angefüllt, wie viel fassen sie zusammen?

II.

Von München bis Neuburg an der Donau müssen auf der Poststrasse folgende Strecken hinterlegt werden: von München bis Unterbruck 6,559, von da bis Pfaffenhofen 5,9665, bis Pörnbach 3,0778, bis Freynhausen 0,808, bis Pobenhausen 1,6119, bis Weichering 2,276, und von da bis Neuburg 3,023 Stunden.

III.

Im Jahr 1616 wurde zu Amsterdam ein Brunnen gegraben, wo man folgende Erdschichten antraf: Dammerde 1,166 Klafter, Torf 1,5, weichen Thon 1,5, Sand 1,333, Erde 0,667, Thon 1,666, Erde 0,667, Sand 1,666, blauen Thon 0,333, weißen groben Sand 0,666, dürre Erde 0,833, feine weiche Erde 0,167, Sand 2,333, Sand mit Thon 1,333, Sand mit Conchilien 0,666, Thon 17 und Sand 5,167 Klafter. Wie tief ist dieser Brunnen?

§. 151. Subtraktion mit Decimalen.

Die Untereinandersetzung der Ziffern muß wieder wie die Addition nach dem Gesetze der Gleichartigkeit verrichtet werden. Befinden sich im Minuend zähling nicht so viele Decimalen als im Subtrahend, so müssen sie durch leere Decimalstellen, das ist, durch Nullen ersetzt werden. Geübte Rechner füllen diese Stellen bloß in Gedanken durch Nullen aus. Gesetzt es wären folgende Beyspiele gegeben:

1) 50,643 — 29,79
2) 379,2 — 0,884
3) 1726 — 487,4305

so giebt es folgende Rechnung:

1) 50,643
29,79
20,853

2) 379,200
0,884
378,316

3) 1726,0000
487,4305
1238,5665

Beyspiele zur Beleuchtung.

I.

Frühling und Sommer dauern miteinander 6,2 Monate; Herbst und Winter hingegen 5,967 Monate. Um wie viel sind die bey den Jahrszeiten länger als die beyden letztern?

Ansatz und Berechnung:

6,2
5,967

Antw. um 0,233 Monate.

II.

Im Jahr 1807 den 8 November galt das Schäffel Weitzen mittlerer Güte im München 15,23, und ein Jahr vorher im nämlichen Monat 30,667 fl.; um wie viel ist diese Getreidart gesunken?

Ansatz und Berechnung:

30,667
15,23

Antw. um 15,437 fl.

III.

Der ehemalige Pariserfuß hielt 1,113 bairische Schuh, der rheinische hingegen 1,07544 des nämlichen Schuhes. Um wie viel übertrifft der französische Schuh den rheinischen?

Ansatz und Berechnung:

1,113
1,07544

Antw. um 0,05756 des bairischen Fußes.

Beyspiele zur Selbstübung.

I.

Das tropische Sonnenjahr, das ist die Zeit von einer Frühlingsnachtgleiche zur andern, beträgt 365,242 Tage; das Mondenjahr oder 12 Umläufe des Mondes hingegen 354,367 Tage. Um wie viel ist das Sonnenjahr länger als das Mondenjahr?

II.

In der Mitte des Novembers 1806 war in München der Mittelpreis des Korns (Roggens) 21,5 fl. das Schäffel, und ein Jahr nachher 8,916 fl.; um wie viel ist diese Getraidart während eines Jahres gefallen?

III.

Eine russische Werste ist 0,14378, eine arabische Meile hingegen 0,2647 geographische Meile groß. Um wie viel ist die arabische Meile größer als die russische Werste?

§. 152. Multiplikation der Decimalen.

Man lasse den Beystrich (das Komma) in beyden Faktoren hinweg, und multiplicire nach den ge-

wöhnlichen Regeln der Arithmetik. Am Ende schneide man, von der rechten Seite angefangen, so viele Decimalziffer, als sich in beyden Faktoren vorfinden. Hat jähling ein Faktor keine Decimalen, so werden bloß die Decimalen des andern Faktors in Anschlag gebracht. Die Nullen am Ende können zuletzt als leere Decimalen weggestrichen werden. Es seyen folgende Beyspiele als Muster aufgestellt: a) $524{,}7 \times 0{,}36$ b) $84 \times 2{,}44$ c) $13{,}25 \times 0{,}8$.

Verfahrungsarten:

a)
```
  5247
    36
 -----
 31482
15741
------
188,892
```

b)
```
   244
    84
  ----
   976
 1952
 -----
204,96
```

c)
```
  1325
     8
 ------
 10,6ØØ
```

§. 153. Wie kann dieß Verfahren gerechtfertigt werden?

Man gebe jedem Decimalbruche seinen gehörigen Nenner, und multiplicire nach der Regel der gemeinen Brüche, so wird das nämliche Produkt zum Vorschein kommen. Nehme man nur das erste Beyspiel vor die Hand.

$$524\frac{7}{10} \times \frac{36}{100} = \frac{5247}{10} \times \frac{36}{100} = \frac{188892}{1000} = 188\frac{892}{1000}$$

das ist nach der decimalischen Schreibart 188,892.

§. 154. Gesetzt aber, das Produkt habe selbst nicht so viele Ziffern, als Decimalen abgeschnitten werden sollen, was ist da zu thun?

Dann ergänze man die erforderliche Anzahl der Decimalen gegen die Linke hin mit leeren Nullen. Die Wiederholung der obigen Beweisart bürgt für diese Regel. Als Beyspiel werde aufgestellt 0,0383 × 0,00078.

Auflösung:

```
     383
      78
    ----
    3064
   2681
--------
0,000029874.
```

Exempel zur Anwendung.

I.

Ein fremder Landschaftmaler war gewohnt, seine Gemälde nach ihrem Quadratinhalt zu verkaufen. Eines derselben, das er hier verhandelte, war 4,32 Schuh lang und 3,548 Schuh breit. Wie viel Quadratfuß enthielt es, und was kostete es, da er den Quadratfuß zu 16 fl. 40 Kr. anschlug? Man findet aber bekanntlich den Flächeninhalt eines solchen Vierecks, wenn man Länge mit Breite multiplicirt.

Ansatz und Berechnung:

```
    3548
     432
   -----
    7096
  10644
 14192
--------
```

Antw. 15,32736 Quadratschuh.

Weil nun der Quadratschuh 16 fl. 40 Kr. oder 1000 Kr. kostete, so muß mit dieser Summe in die erhaltne Zahl von Quadratschuhen multiplicirt werden.

```
1532736
   1000
------------
3
1532736000 |255 fl. 27, 4 Kr.
 6660      |
```

II.

Eine Marmorplatte ist 5,86 Schuh lang und 4,976 breit wie groß ist ihr Flächeninhalt?

Ansatz und Berechnung:

```
   4976
    586
  -----
  29856
 39808
24880
---------
```

Antwort 29,15936 Quadratfuß.

III.

Mehreren landesherrlichen Verordnungen zufolge soll hier zu Lande ein Ziegelstein 1,167 Schuh lang, 0,583 breit und 0,208 Schuh dick seyn. Was ist der kubische Inhalt desselben? Man erhält aber den Kubikinhalt, wenn man Länge, Breite und Dicke durcheinander multiplicirt.

Ansatz und Berechnung:

```
       1167
        583
       ----
       3501
      9336
     5835
     ------
     680361
        208
    -------
    5442888
   1360722
 ----------
0,141515088 Kubikschuh.
```

Beyspiele zur Selbstübung.

I.

Ein Ziegelstein wiegt im Durchschnitt 11,381 bairische Pfünd; wie schwer ist ein Fuder von 160 solcher Ziegel?

II.

Ein aus Marmor gehauener Pflasterstein ist 1,846 Schuh lang und eben so breit: welche Fläche überdeckt er?

III.

Ein Quader aus Tufstein ist 5,4 Schuh lang, 2,888 breit und 4,04 hoch; wie viele Kubikschuhe enthält ein solches Steinstück?

§. 155. Division der Decimalen.

Enthält der Divisor und der Dividend gleich viele Decimalen und geht die Division auf, so spricht sich der Quotient in lauter ganzen Einheiten aus. Es werde z. B. die Division 141,18 : 5,43 vor die Hand genommen, so giebt es folgende Rechnung:

```
14118|26 Ganze.
 543 |
1086
-----
 3258
  543
 3258
-----
```

§. 156. Rechtfertigung dieses Verfahrens.

Man mag von dem eben gerechneten Divisions-beyspiel die Probe machen, oder dasselbe durch die gewöhnliche Bruchrechnung behandeln, so wird man allemal zufrieden gestellt werden.

Probe:

```
26×5,43      543
              26
            ----
            3258
           1086
           -----
Dividend 141,18
```

Division in gemeinen Brüchen.

$$141\frac{18}{100} : 5\frac{43}{100} = \frac{14118}{1000} : \frac{543}{100}$$

$$\frac{14118}{100} \times \frac{100}{543} = \frac{1411800}{54300} = 26.$$

§. 157. Was ist zu thun, wenn in so einem Falle die Division nicht aufgeht?

Es ist sehr begreiflich, daß wenn man noch Zehntel zu dem ganzen Quotienten hinzu wünscht, man den Rest durch 10 multipliciren, das ist, ein Null anhängen, und das Produkt durch den nämlichen Divisor theilen müsse. Geht die Division noch nicht auf, und man will zu den Zehnteln noch Hundertl-haben, so muß wieder eine Null angehängt und fort dividirt werden u. s. w. Z. B. 843,275 : 2,634.

```
843275 | 320,15.
2634   |
7002
------
 5307
 2634
 5268
-------
  3950
  2634
-------
  13160
   2634
  13170
```

§. 158. Wie aber, wenn die Anzahl der Decimalen im Divisor und Dividend ungleich ist?

Auch in solchen Fällen ist bald geholfen. Man darf nur jener Zahl, die weniger Decimalen hat als die andre, so lang Nullen anhängen, bis sie eben so viele Decimalstellen zählt, dann wird obige Regel anwendbar seyn. Z. B. 584,3 : 0,765.

```
584300 | 763,8
 765   |
5355
------
 4880
  765
 4590
------
  2900
   765
  2295
-------
   6050
    765
   6120
```

Beyspiele zur Uebung:

I.

Eine Gartenmauer soll 9 Schuh und 10,25 Zoll hoch werden. Wie viel Lagen von Ziegelsteinen kommen auf einander, da der Ziegelstein mit dem Mauerband 2,75 Zoll dick ist?

Ansatz und Berechnung:

```
    9   10,25
  12
 ______
 118,25 | 43 Lagen.
   275  |
  1100
 ______
    825
    275
    825
 ______
   —
```

II.

Die Berechnung eines Weinfasses wirft 51 bairische Kubikschuh und 1036,8 Kubikzoll aus. Wie viele Eimer enthält es, da ein Eimer zu 64 Maas 2 Kubikschuh und 1299,456 Kubikzoll in sich faßt?

Ansatz und Berechnung:

```
1728                        1728
  51   1036,8                  2   1299,456
______                      ______
 1728                        3456
8640                         1299,456
 1036,8                     _________
______                       4755,456
89164,8

89164800 | 18,75 oder 18¾ Eimer.
4755456  |
_________
 41610240
  4755456
 38043648
_________
  35665920
   4755456
  33288192
_________
   23777280
    4755456
   23777280
 _________
   —
```

Beyspiele zur Selbstübung.

I.

Wenn man zur Montirung eines Infanteristen von einem gewissen Tuch nur 2,48 Ellen vonnöthen hat; wie viel Mann wird man mit 691,92 Ellen montiren können?

II.

Ein Baum, der 39,25 Schuh lang ist, soll in lauter Stücke zersägt werden, deren jedes 0,582 Schuh mißt; wie viel solcher Stücke wird dieser Baum geben?

III.

Der Kubikinhalt einer abzutragenden Mauer wird auf 9840 Kubikschuh berechnet. Wie viel Ziegel mögen darin enthalten seyn, wenn der körperliche Inhalt eines Ziegels sammt dem anklebenden Mauerband auf 0,1632 Kubikschuh geschätzt werden darf?

Dritte Abtheilung.

Anfangsgründe
der allgemeinen
Arithmetik oder der Algebra.

Fünfundzwanzigster Abschnitt.
Von den 4 Rechnungsarten der Algebra.

§. 159. Unterschied zwischen der Algebra und der gemeinen Rechenkunst.

Die Algebra fängt da an, wo die gemeine Arithmetik aufhört. Aufgaben, zu deren Auflösung weder die vier Rechnungsarten in Zahlen, noch die Regel Detri oder die Reesische Regel zureichend ist, und welche demungeachtet gerechnet werden können, gehören also in das Gebiet der Algebra. Hier werden dergleichen Rechnungsfälle sowohl sonderheitlich (individuell), als allgemein (general) aufgelöset. Geschieht das Letztere, dann trägt man die gefundenen Regeln, wie ein solcher Fall behandelt werden müsse, in einer besondern Zeichensprache vor, und nennt sie algebraische Formeln.

§. 160. Von den Zeichen oder Ziffern, womit der Algebraist rechnet.

Um allgemein rechnen zu können, muß man auch allgemeine Charaktere haben. Man ist übereingekommen, sich der Buchstaben des lateinischen und griechi-

schen, ja auch zuweilen des deutschen Alphabets zu bedienen. Daß diese Zeichen weit allgemeiner, als die Ziffern sind, ist sehr einleuchtend. Ein Ziffer, z. B. 4, kann zwar vier Gulden oder vier Pfennige so gut, als vier Pfunde oder vier Eimer u. s. w. anzeigen: aber mehrere oder wenigere Stücke, als gerade vier, lassen sich damit platterdings nicht bezeichnen. Ein Buchstabe hingegen, z. E. a, ist im Stande, nicht nur allein 4 fl., 4 Pf., 4 ℔, 4 Eimer u. s. f., sondern auch alle mögliche Zahlen von Gulden, Pfennigen, Pfunden ꝛc. vorzustellen. — Darin liegt nebenher die Ursache, warum die Algebra zuweilen auch schlechtweg Buchstabenrechnung genennt wird. Diese Benennung ist daher sehr zufällig; denn sobald es dem Algebraisten einfällt, andere, z. B. chemische Zeichen zu gebrauchen, hört die Algebra sogleich auf, Buchstabenrechnung zu heißen.

Noch muß bemerkt werden, daß man gewohnt ist, mit den ersten Buchstaben des Alphabets a, b, c u. s. w. bekannte Größen, hingegen mit den letztern Buchstaben x, y, z u. dgl. die unbekannten Größen zu bezeichnen. — Indeß bedient man sich neben den Buchstaben auch der Ziffern sehr häufig, um bekannte Größen damit anzuzeigen. Daß man in der Algebra auch Zeichen habe, um die vier Rechnungsarten allgemein auszudrücken, ist schon bey der Zahlenrechnung gesagt worden. Ein aufrechtes Kreuz (+) bedeutet die Addition, eine liegende Linie (—) die Subtraktion, ein schiefes Kreuz (×) oder auch ein Punkt (.) die Multiplikation, und der Doppelpunkt (:), so wie die Bruchform die Division; zwey gleichlaufende Querlinien (=) drücken die Gleichheit zweyer Größen aus.

Es heißt daher $a + x$, daß die Größe x zu der Größe a addirt zu werden verlange; $y - m$ bedeu-

tet, daß von y das m abzuziehen komme; b × z oder b . z zeigt an, daß man b mit z, oder z mit b multipliciren müsse; a : b oder $\frac{a}{b}$ sagt, daß a durch b zu dividiren sey. Endlich wird durch die Setzung $x - a = z$ zu verstehen gegeben, daß die Differenz zwischen x und a der Größe z gleich sey.

Unter dem Wort Zeichen versteht man in Zukunft allemal + und — plus und minus (mehr und weniger). Will man aber × und : darunter verstanden haben, so muß es ausdrücklich heißen: Multiplikationszeichen und Divisionszeichen, so auch = Gleichheitszeichen u. s. w.

Man hat in der Algebra auch Zeichen der Abkürzung, die unter dem Namen Koeffizienten und Exponenten bekannt sind. Hier ist ihre Erkärung.

Eine Wiederholung des nämlichen Buchstabens mit dem Additionszeichen läßt sich dadurch abkürzen, daß man den Buchstaben nur einmal schreibt, und ihm die Anzahl, wie oft er als Summand erscheint, vorsetzt, z. B.:

$$a + a + a + a + a = 5\,a.$$

Weil diese Anzahl mit dem Buchstaben ein Produkt ausmacht (denn hier ist a 5 mal genommen): so nennt man ihn den Coefficienten.

Eine Wiederholung des nämlichen Buchstabens mit dem Multiplikationszeichen kann dadurch abgekürzt werden, daß man den Buchstaben, wie oben, nur einmal schreibt, aber die Anzahl, wie oft er als Faktor vorkömmt, rechts darüber in etwas kleinerer Form hinsetzt, z. B.

$$a \times a \times a \times a = a^4.$$

Man nennt solche rechts darüber geschriebene Zahlen Exponenten (Ausleger).

§. 161. Förmliche Addition in der Algebra.

Größen, die durch das Additions- und Subtraktionszeichen verbunden sind, heißen Glieder, z. B. $3a - 5b$ oder $7x + 9y + z$. Haben die Glieder einerley Buchstaben mit einerley Exponenten, dann nennt man sie gleichartig, z. E. $7a + 3a - 2a$ oder $5x^3 + 2x^3$.

Sind aber die Buchstaben verschieden, oder haben einerley Buchstaben verschiedene Exponenten, dann werden sie ungleichartig genennt; z. B. $3a - 7b$ oder $5g^2 + 8g^3$, so auch $4x - 2x^2$ ꝛc. Glieder oder Größen, die das Zeichen + vor sich haben, heißen positiv, und die das Zeichen — vor sich haben negativ. Mehrere nebeneinander hingesetzte Glieder, sie mögen gleichartig oder ungleichartig seyn, bilden Reihen.

Sind zum Addiren bloß zwey Reihen untereinander gesetzt, dann gelten folgende Additionsregeln:

a) Gleichartige Glieder von einerley Zeichen werden durch Addition der Koefficienten wirklich in einander verschmolzen, und der Summe das herrschende Zeichen vorgesetzt.

$$\begin{array}{r} +3a \\ +7a \\ \hline +10a \end{array} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{r} -5b \\ -3b \\ \hline -8b \end{array}$$

b) Gleichartige Glieder von verschiedenen Zeichen werden von einander abgezogen, und dem Reste das Zeichen des größern Gliedes vorgesetzt.

$$\begin{array}{r} -7x \\ +2x \\ \hline -5x \end{array} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{r} +9d \\ -3d \\ \hline +6d \end{array}$$

c) Ungleichartige Glieder werden mit ihren Zeichen nebeneinander hingestellt, und zwar so viel möglich nach der Ordnung des Alphabets.

$$\begin{array}{r} +2b \\ -3d \\ \hline 2b-3d \end{array} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{r} 6m^2 \\ -3m \\ \hline 6m^2-3m. \end{array}$$

Ein Paar größere Beyspiele hierüber.

I.

$$\begin{array}{l} 5a-3b-7c+9d-m^2-4x+11y+z-8 \\ 4a-2b+4c-9d+3m+6x-y-z^2+5 \\ \hline 9a-5b-3c-m^2+3m+2x+10y-z^2+z-3. \end{array}$$

II.

$$\begin{array}{l} 9b-2a+4g-3h+p+5x+z^3-16 \\ -2b-3a+c+3h-7p-2x-3z^3+9 \\ \hline 7b-5a+c+4g-6p+3x-2z^3-7. \end{array}$$

Sind zum Addiren mehr als zwey Reihen untereinander gestellt, wie dieß bey solchen Multiplikationen, wo der Multiplikator aus mehr als zwey Gliedern besteht, immer der Fall ist, dann addirt man die positiven gleichartigen Glieder besonders zusammen, desgleichen auch die negativen gleichartigen Glieder, man mag sie antreffen, wo man will, und zieht die beyden Summen von einander ab. Der Rest wird dann mit dem Zeichen der größern Summe angeschrieben. — Wieder ein Beyspiel hievon:

$$\begin{array}{l} 7d-10k-4m+16q+4x^2-5y+z^3 \\ -2d+8k-m-3q-2x+3y-7z^3 \\ 8d+2k+9m-7q+5x^3-2y+4z^3 \\ d-9k-5m+8q-x+4y-3z^3 \\ \hline 14d-13k-m+14q+4x^2+5x^3-3x-4z^3. \end{array}$$

§. 162. Förmliche Subtraktion in der Algebra.

Man hat hier nichts weiter zu thun, als im Subtrahend alle Zeichen in das Gegentheil zu verän-

dern, und die Regeln der Addition anzuwenden. Denn würden die Zeichen nicht geändert, so wäre es eine Addition. Es muß also durch die Umänderung der Zeichen eine Rechnungsart bezweckt werden, die das Gegentheil von der Addition ist, nämlich die Subtraktion.

$$\begin{array}{l} 5b - 2c - 7f + g - 2h - 3m + 9x - z + 1 \\ 2b - 7c + 4f - g + 3k - 2m - 5x + y + 1 \\ - \quad + \quad - \quad + \quad - \quad + \quad + \quad - \quad - \\ \hline 3b + 5c - 11f + 2g - 2h - 3k - m + 14x - y - z. \end{array}$$

Die Probe kann leicht durch die Addition gemacht werden. Man darf bekanntlich nur zum Subtrahend den Rest addiren, so erscheint der Minuend. Es versteht sich von selbst, daß im Subtrahend bey der Probe die ursprünglichen Zeichen, und nicht die veränderten genommen werden müssen. Man mache die Probe vom obigen Beyspiele.

$$\begin{array}{ll} \text{Rest} & 3b + 5c - 11f + 2g - 2h - 3k - m + 14x - y - z \\ \text{Subtrah.} & 2b - 7c - 4f - g + 3k - 2m - 5x + y - 1 \\ \hline \text{Minuend} & 5b - 2c - 7f + g - 2h - 3m + 9x - z + 1 \end{array}$$

Nun ist man auch in Stand gesetzt, von jedem Exempel der Addition die Probe zu machen. Denn sind es zwey Reihen, so darf von der Summe nur eine derselben abgezogen werden, um die andere Reihe hervorgehen zu machen; z. B.

$$\begin{array}{ll} & 9a - 2c - 7f + p^2 + 4q - x - 3y \\ & 2a - 4c + 8f - p^2 - 2u + 7x - z + 1 \\ \hline & 11a - 6c + f + 4q - 2u + 6x - 3y - z + 1 \\ & 2a - 4c + 8f - p^2 - 2u + 7x - z + 1 \\ \text{Probe} & - \quad + \quad - \quad + \quad + \quad - \quad + \quad - \\ \hline & 9a - 2c - 7f + p^2 + 4q - x - 3y \end{array}$$

Hat ein Additionsexempel mehr als 2 Reihen, dann läßt man bey der Probe eine weg, addirt die übrigen zusammen, und zieht die erhaltne Summe von der Hauptsumme ab, so erscheint die weggelassene

Reihe. Ein kleines Beyspiel soll das Gesagte versinnlichen.

$$
\begin{array}{l}
3b - 5d - e + m + q - 9x^2 - y \\
-b + 2d + 2e - 10m - 3q + 4x + y \\
8b - 9d - 7e + 2m - 4q - 2x - 9y \\
\hline
10b - 12d - 6e - 7m + 6q + 2x - 9x^2 - 9y \\
2b - 3d + e - 9m - 2q + 4z - 9x^2 \\
- \quad + \quad - \quad + \quad + \quad - \quad + \\
\hline
8b - 9d - 7e + 2m - 4q - 2x - 9y.
\end{array}
$$

§. 163. Multiplikation in der Algebra.

Buchstaben werden mit Buchstaben wirklich multiplicirt, wenn man sie nahe aneinander rückt, z. B. $a \times x = ax$. Es ist diese Stellung der Buchstaben, um die Multiplikation anzuzeigen, willkührlich angenommen worden, und kann also, weil sie nicht aus der Natur der Sache fließt, auch nicht erwiesen werden. Anders verhält es sich mit Coefficienten und Exponenten. Der Satz: Coefficienten werden mit Koefficienten wirklich multiplicirt, läßt sich förmlich erweisen. Denn daß z. B. $3a \times 2b = 6ab$ ist, wird so dargethan: Man zergliedre beyde Faktoren, und multiplicire alle Theile des Multiplikands mit jedem Theile des Multiplikators, so wird nach gehöriger Abkürzung das Nämliche herauskommen.

$$
\begin{array}{l}
3a = a + a + a \\
2b = b + b \\
\hline
ab \quad ab + ab \\
\quad + ab + ab + ab \\
\hline
ab + 2ab + 2ab + ab = 6ab.
\end{array}
$$

Eine gleiche Bewandniß hat es auch mit den Exponenten. Die Regel heißt: Die Exponenten gleicher Urgrößen werden in der Multiplikation zusammen addirt. Es ist z. B. $x^3 \times x^4 = x^7$. Denn man zergliedre beyde Faktoren, so wird sich dieser Ansatz ergeben.

$$\begin{array}{r} x^3 = xxx \\ x^4 = xxxx \\ \hline xxxxxxx = x^7. \end{array}$$

Nun trifft die Reihe die Zeichen + und —. In der Algebra, wo jede Größe sein Zeichen vor sich hat, ist es nicht genug, den einen Faktor so oft zu nehmen, als der andere Einheiten hat; es müssen hier auch die Zeichen berücksichtiget werden. Denn es fragt sich hier nicht bloß um die Quantität, sondern auch um die Qualität. Die Regel wäre von Rechtswegen diese: Ein positiver Multiplikator ändert für das Produkt nichts an den Zeichen des Multiplikands. Es ist z. B.

$$\begin{array}{r} -2b \\ +3f \\ \hline -6bf \end{array}$$

Oder
$$\begin{array}{r} +5m \\ +2x \\ \hline +10mx. \end{array}$$

Ein negativer Multiplikator hingegen verändert, seiner Natur gemäß, das Zeichen des Multiplikands für das Produkt in das entgegengesetzte; z. B.

$$\begin{array}{r} 5a \\ -2b \\ \hline -10ab \end{array} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{r} -3m \\ -4y \\ \hline +12my. \end{array}$$

Zufälliger Weise können diese beyden Regeln in Hinsicht der Zeichen auch so vorgetragen werden: In der Multiplikation geben gleiche Zeichen plus, und ungleiche minus.

Hier stehe als Exempel eine einfache Multiplikation, wo nämlich der Multiplikator nur aus einem einzigen Gliede besteht:

$$\begin{array}{l} 7a - 5b^2 + 2m + x - 3y^3 \\ 4b^3 \\ \hline 28ab^3 - 12b^5 + 8b^3m + 4b^3x - 12b^3y^3. \end{array}$$

Besteht der Multiplikator aus mehrern Gliedern, dann ist die Multiplikation zusammengesetzt; z. B.

$$\begin{array}{l} 5b - 3c - 2x \\ \underline{4b - 9x} \\ 20b^2 - 12bc - 8bx \\ \quad - 45bx + 27cx + 18x^2 \\ 20b^2 - 53bx - 12bc + 27cx + 18x^2. \end{array}$$

Noch ein solches Beyspiel;

$$\begin{array}{l} 3a^2 - 2af + 7f^2 \\ \underline{2a - 3f} \\ 6a^3 - 4a^2f + 14af^2 \\ \underline{\quad - 9a^2f + 6af^2 - 21f^3} \\ 6a^3 - 13a^2f + 20af^2 - 21f^3. \end{array}$$

§. 164. Von der Division in der Algebra.

Da die Division das Gegentheil der Multiplikation ist: so folgt nothwendig daraus, daß jene ersten drey Regeln der Multiplikation, die eigentlich das Vermehren betreffen, hier im verkehrten Sinne genommen werden müssen. Wenn es demnach bey der Multiplikation heißt: Der Buchstab des Multiplikators wird mit dem des Multiplikands vereinigt, das heißt $a \times b = ab$: so kehrt man diese Regel bey der Division um, und sagt: Der Buchstab des Divisors wird vom Dividend getrennt oder ausgeschieden, und das Uebrige ist Quotient, z. B. $ab : a = b$, oder $ab : b = a$.

Ist der Buchstabe des Divisors im Dividend gar nicht enthalten, dann kann eben darum nicht wirklich dividirt werden, und man begnügt sich in solchen Fällen, die Division bruchartig anzuzeigen; z. B.

$$a : c = \frac{a}{c}$$

Die zweyte Regel der Multiplikation betraf die Coefficienten, und hieß so: Der Coefficient des

Multiplikands wird mit dem Coefficienten des Multiplikators wirklich multiplicirt. Es muß demnach die Regel der Division in Rücksicht der Coefficienten also lauten: Der Coefficient des Dividends wird durch den Coefficienten des Divisors wirklich dividirt. Z. B. $18bf : 6f = 3b$. Geht die Division nicht auf, so unterbleibt die wirkliche Division, wie oben, und wird bloß durch einen Bruch angezeigt. Z. E.

$$14xy : 9x = \frac{14xy}{9x} = \frac{14y}{9}$$

Die Regel der Multiplikation in Hinsicht der Exponenten hatte den Ausdruck: Der Exponent des Multiplikators wird zu dem Exponenten des Multiplikands, im Fall die Buchstaben einerley sind, hinzu addirt. Hier bey der Division erhält sie folgende Umkehrung: Der Exponent des Divisors wird vom Exponenten des Dividends bey einerley Buchstaben abgezogen. Z. B.

$$28z^5 : 4z^3 = 7z^2.$$

Uebrigens läßt auch hier ein positiver Divisor das nämliche Zeichen für den Quotienten gelten, das der Dividend mit sich führt. Es ist z. B. $16ab : 8b = 2a$ und $-15bx : 3b = -5x$. Hingegen ein negativer Divisor ändert das Zeichen des Dividends für den Quotienten in das entgegengesetzte um. Z. E. $+6mz : -3m = -2z$. Oder $-24xy : -6y = +4x$. Es kann demnach auch hier die Regel aufgestellt werden: Gleiche Zeichen geben in der Division so gut plus, als in der Multiplikation, und ungleiche Zeichen geben minus.

Nun ist man auch im Stande, größere Divisionen, wo der Dividend oder auch der Divisor mehrere Glieder hat, zu verrichten. Man hält sich an die eben gegebnen Regeln, und verfährt übrigens, wie bey Divisionen in Zahlen. Allererst ein Beyspiel, wo der Divisor aus einem Gliede besteht.

$$\begin{array}{llll|l}
12ac + & 28b^2c - & 4cm + & 20cx^3 & 3a + 7b^2 - m + 5x^3 \\
4c & 4c & 4c & 4c & \\
12ac & 28b^2c & -4cm & 20cx^3 & \\
- & - & + & - & \\ \hline
0 & 0 & 0 & 0 &
\end{array}$$

Oder wenn der Divisor aus zwey Gliedern besteht.

$$\begin{array}{l|l}
10a^3 - 21a^2x + ax^2 + 12x^3 & 5a^2 - 3ax - 4x^2 \\
(2a - 3x) & \\
10a^3 - 15a^2x & \\
- \quad + & \\ \hline
\quad - 6a^2x & \\
\quad (2a - 3x) & \\
\quad - 6a^2x + 9ax^2 & \\
\quad + \quad - & \\ \hline
\qquad - 8ax^2 & \\
\qquad (2a - 3x) & \\
\qquad - 8ax^2 + 12x^3 & \\
\qquad + \quad - & \\ \hline
\qquad\qquad 0 &
\end{array}$$

Die Probe der Division ist bekanntlich die Multiplikation.

$$\begin{array}{llll}
5a^2 & - 3ax & - 4x^2 & \\
2a & - 3x & & \\ \hline
10a^3 & - 6a^2x & - 8ax^2 & \\
 & - 15a^2x & + 9ax^2 & + 12x^3 \\ \hline
10a^3 & - 21a^2x & + ax^2 & + 12x^3
\end{array}$$

Umgekehrt ist auch die Multiplikation die Probe der Division. Oben war $(5b - 3c - 2x)(4b - 9x) = 20b^2 - 53bx - 12bc + 27cx + 18x^2$. Man mache hier die Probe.

$$
\begin{array}{l|l}
20b^2 - 53bx - 12bc + 27cx + 18x^2 & 5b - 2x\ 3c \\
(4b - 9x) & \\
20b^2 - 45bx & \\
- \quad + & \\
\hline
- 8bx & \\
(4b - 9x) & \\
- 8bx + 18x^2 & \\
+ \quad - & \\
\hline
- 12bc & \\
(4b - 9x) & \\
- 12bc + 27cx & \\
+ \quad - & \\
\hline
0 &
\end{array}
$$

Auch die Probe der andern Multiplikation.

$$
\begin{array}{l|l}
6a^3 - 13a^2f + 20af^2 - 21f^3 & 3a^2 - 2af + 7f^2 \\
(2a - 3f) & \\
6a^3 - 9a^2f & \\
- \quad + & \\
\hline
- 4a^2f & \\
(2a - 3f) & \\
- 4a^2f + 6af^2 & \\
+ \quad - & \\
\hline
+ 14af^2 & \\
(2a - 3f) & \\
+ 14af^2 - 21f^3 & \\
- \quad + & \\
\hline
0 &
\end{array}
$$

Divisionen, die nicht völlig aufgehen, werden in der Algebra gewöhnlich nicht wirklich verrichtet, sondern nur in Form eines Bruches angezeigt, z. B.

$$5a - m + c$$
$$(b + c)$$

kömmt so zu stehen:

$$\frac{5a - m + c}{b + c}$$

$$\begin{array}{l|l} 6a^2 + 5b^2 & 2a + \frac{5b^2}{3a} \\ 3a & \\ 6a^2 & \\ - & \\ \hline 0 & \end{array}$$

wird oft besser so geschrieben:

$$\frac{6a^2 + 5b^2}{3a}$$

Von den Brüchen in der Algebra.

Es giebt hier so gut gebrochene Größen oder Brüche, wie in der Arithmetik; nur kann man beym ersten Anblick nicht sogleich bestimmen, ob sie eigentliche oder uneigentliche Brüche sind. Sie sehen so aus:

$$\frac{a}{b},\ \frac{3m}{7f},\ \frac{2d - x}{m^2},\ \frac{4x + 2y + 1}{3f - h + z^2} \text{ etc.}$$

Oft fügt es sich, daß algebraische Brüche eben so gut abgekürzt oder verkleinert werden können, als gemeine Brüche. Nur ist zu merken, daß die Verkleinerung durch alle Glieder des Nenners und Zählers vorgenommen werden müsse. Z. B.

$$\frac{5b^2m - 2bx}{3ab + 7bm + 8b^3} \overset{(b}{=} \frac{5bm - 2x}{3a + 7m + 8b^2},$$

Die Verkleinerungsgröße kann zuweilen ein Buchstabe, zuweilen eine Zahl, zuweilen auch beyde zugleich seyn. Hier sind Beyspiele von allen 3 Fällen.

I. $\frac{ax}{7a} \overset{(a}{=} \frac{x}{7}$, $\frac{bz - b}{9b^3 + ab} \overset{(b}{=} \frac{z - 1}{9b^2 + a}$.

II. $\frac{24ac}{9d + 12z} \overset{(3}{=} \frac{8ac}{3d + 4z}$, $\frac{49m - 14c}{7a + 56d} \overset{(7}{=} \frac{7m - 2c}{a + 8d}$

III. $\frac{4fk}{32fx} \overset{(4f}{=} \frac{k}{8x}$, $\frac{36c^2m - 27c^4z}{9cx + 18c\,y\,63cz} \overset{(9c}{=} \frac{4cm - 3c^3z}{x + 2cy + 7z}$

Die Addition und Subtraktion der algebraischen Brüche ist leicht, wenn ihre Nenner gleich sind, weil man in diesem Falle bloß die Zähler zu einander addiren oder von einander subtrahiren darf.

Beyspiele der Addition:

I. $\frac{3a}{4b} + \frac{7m}{4b} = \frac{3a - 7m}{4b}$.

II. $\frac{9c - d}{2m + x} + \frac{2c + 4d}{2m + x} = \frac{11c + 3d}{2m + x}$.

III. $\frac{2a - f}{d + 1} + \frac{x - a}{d + 1} + \frac{5f - 7a + c}{d + 1} = \frac{c + 4f - 6a}{d + 1}$

Beyspiele der Subtraktion.

I. $\frac{5b}{c^2} - \frac{3b}{c^2} = \frac{2b}{c^2}$.

II. $\frac{4a - x}{a - y} - \frac{2a + 3x}{a - y} = \frac{2a - 4x}{a - y}$.

III. $\frac{4m - 2a + x}{z^2 - 5} - \frac{\underset{-}{2m} \underset{+}{-7a} \underset{+}{-2x}}{z^2 - 5} = \frac{2m + 5a + 3x}{z^2 - 5}$

Sind die Nenner ungleich, so müssen sie nach dem Beyspiele der Zahlenbrüche zuvor gleichgemacht werden.

Beyspiele der Addition:

I. $\frac{3a}{2b} + \frac{8m}{3x} = \frac{9ax}{6bx} + \frac{16bm}{6bx} = \frac{6ax + 16bm}{6bx}$

II. $\frac{2b}{5c} + \frac{d}{9x} + \frac{3y}{2m} = \frac{36bmx + 10cdm + 135cxy}{90cmx}$

Beyspiele der Subtraktion.

I. $\frac{8d^2 - 1}{x + y} - \frac{\underset{-}{2m} \underset{+}{-1}}{2a^2} = \frac{16a^2d^2 - 2a^2 - 2mx - 2my + x + y}{2a^2x + 2a^2y}$

$$\text{II. } \frac{a-b}{c} - \frac{3a+7b}{c^2} = \frac{ac^2 - bc^2 - 3ac - 7bc}{c^3} (c$$

$$= \frac{ac - bc - 3a - 7b}{c^2}.$$

$$\text{III. } \frac{3m-2k}{7f+3x} - \frac{2a-3f}{5z-9}$$

$$= \frac{15mz - 10kz - 27m + 18k - 14af + 21f^2 - 6ax + 9fx}{35fz - 63f + 15xz - 27x}$$

Nicht selten müssen auch ungebrochne Größen mit gebrochnen durch Addition oder Subtraktion miteinander verschmolzen werden. In solchen Fällen versieht man die ungebrochnen Größen mit dem Nenner, der an und für sich zwar nicht dividirt, oder durch die Division im Dividend keine Aenderung hervorbringt: aber doch die Bruchform herstellt, um die Regeln der Addition und Subtraktion dabey anwenden zu können. Z. B.

$$\text{I. } 7a + \frac{3m}{a-4f} = \frac{7a}{1} + \frac{3m}{a-4f} = \frac{7a^2 - 28af + 3m}{a-4f}.$$

$$\text{II. } 4x^2 - \frac{3z+1}{4ab} = \frac{4x^2}{1} - \frac{3z+1}{4ab} = \frac{16abx^2 - 3z + 1}{4ab}$$

$$\text{III. } \frac{5b-c+d}{m-n} - 2y^2 = \frac{5b-c+d}{m-n} - \frac{2y^2}{1}$$

$$= \frac{5b - c + d - 2my^2 + 2ny^2}{m-n}$$

Man kann hier allerdings fragen, wie die Proben der Addition und Subtraktion in Buchstabenbrüchen zu machen sind: und die Antwort hierauf ist, daß diese Proben bey zusammengesetzten Brüchen oft sehr weitläufig ausfallen. Ich will hier nur ein einziges Exempel mit der Probe aufstellen.

Es sey gegeben $\frac{5a + 2b}{f - 7x} - \frac{3a - d}{4a + z}$.

Bearbeitung:

$$\frac{5a + 2b}{f - 7x} - \frac{3a + d}{4a + z}$$
$$= \frac{20a^2 + 8ab + 5az + 2bz - 3af + 21ax + df - 7dx}{4af - 28ax + fz - 7xz}.$$

Probe:

$$\frac{20a^2 + 8ab + 5az + 2bz - 3af + 21ax + df - 7dx}{4af \quad 28ax + fz - 7xz} + \frac{3a - d}{4a + z}$$

$$\begin{array}{l} 80a^3 + 32a^2b + 20a^2z + 8abz - 12a^2f + 84a^2x + 4adf - 28adx \\ 20a^2z + 8abz + 5az^2 + 2bz^2 - 3afz + 21axz + dfz - 7dxz \\ 12a^2f - 84a^2x + 3afz - 21axz - 4adf + 28adx - dfz + 7dxz \\ \hline 16a^2f - 112a^2x + 4afz - 28axz + 4afz - 28axz + fz^2 - 7xz^2, \end{array}$$

abgekürzt:

$$\frac{80a^3 + 32a^2b + 40a^2z + 16abz + 5az^2 + 2bz^2}{16a^2f + 112a^2x + 8afz - 56axz + fz^2 - 7xz^2}.$$

Noch übrigt die Abkürzung dieses Bruches. Aber wie findet man die Verkleinerungsgröße? Dazu dient folgender Kalkul. Es sey der Minuend allgemein $\frac{A}{B}$ und der Subtrahendbruch $\frac{C}{D}$ Man erhält:

$$\frac{A}{B} - \frac{C}{D} = \frac{AD \quad BC}{BD}.$$

In der Probe giebt es diese Rechnung:

$$\frac{AD - BC}{BD} + \frac{C}{D} = \frac{AD^2 - BCD + BCD}{BD^2} = \frac{AD^2 \; D^2)A}{BD^2 = A}.$$

Man sieht hieraus, daß D^2 oder das Quadrat des Nenners im Subtrahendbruche allgemein die Aufhebungsgröße bedeutet.

$$\begin{array}{l} 4a + z \\ 4a + z \\ \hline 16a^2 + 4az \\ \quad\quad + 4az + z^2 \\ \hline 16a^2 + 8ax + z^2 \end{array}$$ die Aufhebungsgröße.

Man dividire den Zähler.

$$\begin{array}{l|l} 80a^3 + 32a^2b + 40a^2z + 16abz + 5az^2 + 2bz^2 & 5a + ab. \\ (16a^2 + 8az + z^2) & \\ 80a^3 + 40a^2z + 5az^2 & \\ - \quad - \quad - & \\ \quad 32a^2b & \\ \quad (16a^2 + 8az + z^2) & \\ \quad 32a^2b + 16az + 2bz^2 & \\ \quad - \quad - \quad - & \end{array}$$

Eben so auch den Nenner.

$$\begin{array}{l|l} 16a^2f - 112a^2x + 8afz - 56axz + fz - 7xz^2 & f - 7x \\ (16a^2 + 8az + z^2) & \\ 16a^2f + 8afz + fz^2 & \\ - \quad - \quad - & \\ \quad - 112a^2x & \\ \quad 16a^2 + 8az + z^2 & \\ \quad - 112a^2x - 56axz - 7xz^2 & \\ \quad + \quad + \quad + & \end{array}$$

Also ist der Bruch $\frac{5a + 2b.}{f - 7x}$

Die Regel der Multiplikation der Brüche durch Brüche kann in der Algebra keine andre seyn, als die in der Arithmetik. Man multiplicirt nämlich Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner. Manchmal läßt sich das Produkt abkürzen, manchmal auch nicht. Ein Beyspiel hierüber.

$$\frac{3a^2}{7b} \times \frac{2b^3}{9a} = \frac{6a^2b^3}{63ab} \; (3ab \; = \frac{2ab^2}{21}.$$

Sind die Zähler oder die Nenner, oder auch beyde, aus mehreren Gliedern zusammengesetzt, dann ist die Arbeit etwas beschwerlicher, z. B.

$$\frac{4c-2m}{5x+2y} \times \frac{5x-2y}{2c+4m} = \frac{20cx-8cy-10mx+4my}{6cx+2mx+4cy+8my} \quad (2$$

$$= \frac{10cx-4cy-5mx+2my}{3cx+6mx+2cy+4my}$$

Auch ungebrochne Größen können mit gebrochnen multiplicirt zu werden verlangen. Man vergesse nur nicht, unter die ungebrochnen die Einheit als Nenner entweder wirklich hinzustellen, oder sie doch wenigstens hinzudenken. Z. E.

$$\frac{5z+3}{6a-b} \times 4m-5x$$

Man schreibe demnach

$$\frac{5z+3}{6a-b} \times \frac{4m-5x}{1} = \frac{5z+3+24am-30ax-4bm+5bx}{6a-b}$$

Da die Division das Gegentheil von der Multiplikation ist, so muß mit dem Divisor auch ein dem Multipliciren entgegengesetztes Verfahren vorgenommen werden, das heißt, er muß in verkehrter Stellung mit dem Dividend multiplicirt werden. Um sich von dieser Methode zu überzeugen, darf nur von dem ersten Multiplikationsexempel die Probe gemacht werden.

$$\frac{2ab^2}{21} : \frac{2b^3}{9a} = \frac{2ab^2}{21} \times \frac{9a}{2b^3} = \frac{18a^2b^2}{42b^3} \; (6b^2 = \frac{3a^2}{7b}$$

was zu erproben war.

Auch zusammengesetzte Brüche können die Division nicht viel erschweren; weil die aufgestellte Regel immer die nämliche bleibt. Z. B.

$$\frac{7d^2-3p}{2a-b+1} : \frac{6b-2m}{x-3y} = \frac{7d^2-3p}{2a-b+1} \times \frac{x-3y}{6b-2m}$$

$$= \frac{7d^2x-21d^2y-3px+9py}{12ab-4am-6b^2+2bm+6b-2m}$$

Die Probe der Division ist bekanntlich die Multiplikation.

Sechsundzwanzigster Abschnitt.
Von den Gleichungen.

§. 165. Vorläufige Theorie der Gleichungen.

Ein Hauptgegenstand des Algebraisten sind die Gleichungen; weil er größtentheils nur mittelst Gleichungen rechnet. Man versteht aber unter Gleichung nichts anders, als den doppelten Ausdruck der nämlichen Größe. So z. B. kann die Zahl 12 und jede andre unzählige mal anders ausgedrückt werden. Denn $5 + 7$, $8 + 4$, $15 - 3$, $20 - 8$, 4×3, 6×2, $\frac{36}{3}$, $\frac{24}{2}$ u. s. w. gilt immer nur 12. Wenn man demnach zwey solche Ausdrücke zusammenstellt, und sie durch das Gleichheitszeichen verbindet, so hat man eine sogenannte Gleichung. Z. E.

$$5 + 7 = 20 - 8.$$

Die beyden gleichen Ausdrücke werden die Seiten der Gleichung, und die durch + und − verbundenen Größen die Glieder der Gleichung genennt.

In jeder algebraischen Gleichung ist eine oder mehrere unbekannte Größen mit andern bekannten Größen verflochten. Es ist demnach das Hauptgeschäft der Algebraisten, den Werth einer solchen unbekannten Größe ausfindig zu machen. Dieß geschieht dadurch, daß man diese unbekannte Größe einerseits so allein zu stellen weiß, daß andererseits lauter bekannte Größen erscheinen, und die Gleichhit durch diese Umstellung nicht verletzt wird. Um dieß zu lei-

sten, dürfen nur folgende 4 Grundsätze angewendet werden:

I. Gleiches zu Gleichem addirt, giebt gleiche Summen.

II. Gleiches von Gleichem abgezogen, giebt gleiche Reste.

III. Gleiches mit Gleichem multiplicirt, bringt gleiche Produkte hervor.

IV. Gleiches durch Gleiches dividirt, erzeugt gleiche Quotienten.

Es sey z. B. die Gleichung gegeben: $7 + x = 11$

Will man hier 7 vom x hinwegbringen, ohne die Gleichheit zu stören, so darf dieses 7 nur beyderseits abgezogen werden. Z. B.

$$\begin{array}{lrcr} & 7 + x & = & 11 \\ & -7 & & -7 \\ \hline \text{Bleibt} & x & = & 4. \end{array}$$

und man erfährt dadurch, daß x den Werth 4 habe.

Eine andre Gleichung habe die Gestalt: $x - 9 = 17$. Um 9 von x hinwegzubringen, ohne der Gleichheit zu schaden, darf man nur 9 beyderseits addiren, z. E.

$$\begin{array}{rcl} x - 9 & = & 17 \\ +9 & & +9 \\ \hline x & = & 26. \end{array}$$

Daraus geht hervor, daß man in Gleichungen addirte Glieder durch Subtraktion, und subtrahirte Glieder durch Addition hinwegschaffen könne. Ueberhaupt läßt sich diese Wegschaffung der Glieder durch Umsetzung derselben mit verkehrten Zeichen leisten; weil im Grunde ganz das Nämliche herauskömmt, als wenn man beyderseits Gleiches addirt oder subtrahirt

hätte. Z. B. in $x - a - b = c$ giebt durch die Versetzung (transpositio) $x = b + c - a$, und behandelt man diese Gleichung auf die oben gezeigte Art, so kömmt das Nämliche heraus.

Aber wie werden bekannte Größen von der unbekannten Größe weggebracht, die damit multiplicirt oder dadurch dividirt sind? Gar leicht; denn man darf nur im ersten Falle beyderseits mit der nämlichen bekannten Größe dividiren, und im zweyten multipliciren. Z. B. Man habe die Gleichung $7x = 56$, Man dividire auf beyden Seiten durch die Zahl 7 so erscheint $x = 8$, und die Gleichheit ist dabey erhalten worden. Heißt die gegebne Gleichung z. E. $\frac{x}{5} = 9$, so wird nach der beyderseitigen Multiplikation mit 5 hervorgehen: $x = 45$ u. s. w.

Da nun bekannte Größen mit der unbekannten Größe nicht anders, als durch eine der vier Rechnungsarten verbunden seyn können, so ist in jedem dieser vier Fälle leicht zu helfen; denn man darf nur allemal die entgegengesetzte Rechnungsart anwenden; das heißt, man hebt die Addition durch die Subtraktion, die Subtraktion durch die Addition, die Multiplikation durch die Division, und die Division endlich durch die Multiplikation auf. Späterhin werden zwar noch andere Verbindungen zwischen bekannten und unbekannten Größen zum Vorschein kommen; aber auch diese sollen ihre Auflösung finden.

Noch muß der Fall behandelt werden, wenn die unbekannte Größe negativ vorkömmt. Z. B. $7a - b = 3c - x$. Hier kann man leicht durch Versetzung desselben mit verkehrten Zeichen helfen. Denn dadurch entsteht auf einmal $x = 3c + b - 7a$.

Schließlich ist anzumerken, daß die Gleichungen nach Graden abgetheilt werden, die sich nach dem

Exponenten der unbekannten Größe richten. Ist der Exponent derselben = 1, so gehört die Gleichung zum ersten Grad. Ist der Exponent 2, dann hat man eine Gleichung vom zweyten Grad u. s. w.

§. 166. Von Auflösung algebraischer Probleme, die auf Gleichungen vom ersten Grade führen, und eine einzige unbekannte Größe haben.

Erstes Problem.

Ein Greis ist 67 Jahre alt, während sein Sohn erst 19 Jahre zählt. Wie lange müssen wohl beyde noch leben, bis der Vater gerade noch einmal so alt seyn wird, als der Sohn?

Auflös. Die unbekannte Anzahl der Jahre, welche Vater und Sohn noch leben müssen, bis sich dieser Fall ereignet, bezeichne ich mit x. Es wird demnach der Vater 67 + x, und der Sohn 19 + x Jahre haben, und die Gleichung bekömmt diese Gestalt und Behandlung:

$$\frac{67 + x}{2} = 19 + x$$

$$\times 2 \quad 67 + x = 38 + 2x$$

$$- x \qquad - x$$

$$67 = 38 + x$$

$$- 38 \qquad - 38$$

$$29 = x.$$

Es müssen also beyde noch 29 Jahre leben, um bemeldtes Ereigniß abzuwarten.

Probe:

$$\begin{array}{r} 67 \\ + 29 \\ \hline 96 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 19 \\ + 29 \\ \hline 48 \end{array}$$

wo wirklich 48 die Hälfte von 96 ist.

Wendung dieses Problems:

Wie lange müßten aber beyde noch leben, damit der Vater dreymal älter seyn würde, als der Sohn?

Auflös. Die Gleichung muß für diesen Fall natürlich so gestellt und ausgeführt werden:

$$\frac{67 + x}{3} = 19 + x$$

$$\times 3 \qquad 67 + x = 57 + 3x$$

$$\qquad\quad - x \qquad\quad - x$$

$$67 = 57 + 2x$$

$$- 57 \qquad - 57$$

$$: 2 \qquad 10 = 2x$$

$$5 = x.$$

Es werden also dazu nicht mehr als 5 Lebensjahre noch erfordert.

Probe:

$$\begin{array}{r} 67 \\ + 5 \\ \hline 72 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 19 \\ + 5 \\ \hline 24 \\ 3 \\ \hline 72. \end{array}$$

Richtig.

Zweites Problem:

Eine Schäferin wurde gefragt, wie viel sie Schafe habe. Ihre Antort war: Hätte ich noch einmal so viel, halb so viel ein Viertel so viel, und wäre mein Hund auch ein Schaf, dann würde ich 100 zählen. Wie stark war ihre Heerde?

Auflös. Nennt man die Anzahl ihrer Schafe x, so ergiebt sich ohne viel Nachdenken folgende Gleichung und Ausarbeitung derselben.

$$2x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100$$

$$\times 2 \quad 4x + x + \frac{x}{2} + 2 = 200$$

$$\times 2 \quad 8x + 2x + x + 4 = 400$$

Abgek. $\quad 11x + 4 = 400$

$$-4 \quad -4$$

$$11x = 396$$

$$x = 36.$$

Die Schäferin hatte also in allem 36 Schafe.

Probe:

Noch so viel	72
Hälfte	18
Viertel	9
Hund	1
	100.

Drittes Problem:

Ein Both, der einen weiten Weg zu machen hat, legt täglich 9 Stunden Wegs zurück. Es wird ihm nach 5 Tagen ein andrer nachgeschickt, welcher täglich 12 Stunden zu machen im Stande ist, in wie viel Tagen wird letzterer den erstern einholen?

Auflös. Man nenne die Anzahl der Tage, welche erfordert werden, um den vorausgehenden Bothen einzuholen, x, so wird der nacheilende Both 12 x Meilen machen, während der andere $(5 + x) \times 9 = 45 + 9 x$ Meilen zurücklegt. Da nun jeder Both beym Zusammentreffen den nämlichen Weg gemacht hat, so gilt die Gleichung und Ausführung derselben:

$$12x = 9x + 45$$

$$9x \quad 9x$$

$$3x = 45$$

$$:3 \quad x = 15.$$

Der nachgesandte Both muß also 15 Tage lang gehen, um den vorangeschickten Bothen einzuholen.

Probe:

Der vorausgegangene Both ist $5 + 15 = 20$ Tage auf dem Lande. Er macht also

$$\begin{array}{r} 20 \\ 9 \\ \hline 180 \end{array}$$ Stunden.

Der einohlende Both macht indessen

$$\begin{array}{r} 15 \\ 12 \\ \hline 30 \\ 15 \\ \hline 180 \end{array}$$ Stunden.

Folglich haben sie einander erreicht.

Allgemeine Auflösung dieser Art Probleme.

Nennt man die Geschwindigkeit des langsamen Bothen $= g$, dann die des nachsetzenden $= G$, und die Anzahl der Tage, um welche der langsamere früher zu gehen angefangen, so nimmt der Ansatz und die Berechnung folgenden Gang:

$$Gx = gx + gn$$

Vers. $Gx - gx = gn$

Oder $(G - g)x = gn$

$$(G - g) \quad x = \frac{gn}{G - g.}$$

Es läßt sich nun die Formel $x = \frac{gn}{G - g}$ durch Worte so auszudrücken:

„Man multiplicire die Geschwindigkeit des lang„samern Bothen mit der Anzahl der Tage, um welche

„derselbe früher abgereiset ist, und dividire das Pro„dukt durch die Differenz (Unterschied) beyder Ge„schwindigkeiten: so erhält man die Tage, in welchen „der geschwindere den vorausgegangenen einholt."

Beyspiele zur Uebung.

I.

Eine Dame ist bereits 58 Jahr alt, und ihre Nichte 16 Jahre. Wie lange wird es noch anstehen, bis die Dame noch so alt; wie lange, bis sie dreymal älter, als die Nichte seyn wird?

II.

Ein Cavalier schätzte die Anzahl der Nonnen in einem Frauenkloster auf 50. Worauf sich die Abtissin so äusserte: „Wären unser noch so viel, halb so viel, „ein Drittheil so viel, ein Viertheil so viel, und noch „13, dann würden Sie Recht haben." Wie viel Nonnen waren in diesem Kloster?

III.

Ein Kourier, der täglich 7 Meilen macht, ist schon 2 Tag auf der Reise. Nun wird ihm ein andrer nachgeschickt, der täglich 9 Meilen macht; in wie viel Tagen kann der erste eingeholt werden?

§. 167. Von Auflösung solcher Probleme des ersten Grades, die zwey oder mehrere unbekannte Größen mit sich führen.

Erstes Problem:

Zwey fleißige Studenten wurden eines Jahrs mit mehrern Prämien beschenkt. „Es ist sonderbar," sagte Fritz zum Karl, „wenn ich dir eins von den mei„nigen gebe, so hat jeder gleichviel; giebst „aber du mir eins von den deinigen, dann

„habe ich noch so viel, als du." Wie viel Prämien hatte jeder bekommen?

Auflös. Es habe Fritz x und Karl y Prämien bekommen. Daraus ergeben sich folgende zwey Gleichungen:

I.
$$x - 1 = y + 1$$

II.
$$\frac{x+1}{2} = y - 1.$$

Man stelle nun in der ersten Gleichung das y allein, und tausche diesen Werth in der zweyten statt y ein, so entsteht:

I.
$$x - 2 = y$$

II.
$$\frac{x+1}{2} = x - 2 - 1$$
$$\times 2 \quad x + 1 = 2x - 4 - 2$$
$$\text{oder} \quad x + 1 = 2x - 6$$
$$-x \qquad -x$$
$$1 = x - 6$$
$$+6 \qquad +6$$
$$7 = x$$

Wird nun oben in $x - 2 = y$ statt x die Zahl 7 gesetzt: so entsteht

$$7 - 2 = y$$
$$\text{oder} \quad 5 = y.$$

Es hatte also Fritz 7 und Karl 5 Prämien erhalten.

Man nennt diese Auflösung den Weg der Substitution. Es giebt noch eine andere Methode, Probleme von mehrern unbekannten Größen aufzulösen, und diese ist die Zusammenstellung zweyer Werthe einer und der nämlichen unbekannten Größe. Ich ziehe sie gewöhnlich der erstern vor. Hier ist ihr Gang:

I.

$$x - 1 = x + 1$$
$$\underline{\quad -1 \qquad -1}$$
$$x - 2 = g$$

II.

$$\frac{x+1}{2} = y - 1$$
$$\frac{x+1}{2} + 1 = y$$

III.

$$x - 2 = \frac{x+1}{2} + 1$$
$$\times 2 \quad 2x - 4 = x + 1 + 2$$
$$\text{oder} \quad 2x - 4 = x + 3$$
$$\underline{\quad -x \qquad -x}$$
$$x - 4 = 3$$
$$\underline{\quad +4 \quad +4}$$
$$x = 7.$$

Das Uebrige ist wieder wie oben.

Probe:

Giebt der, welcher 7 Prämien hat, dem andern, der 5 hat, eines hinüber, so wird jeder 6, das ist, gleichviel haben. Wenn aber jener, welcher 5 hat, 1 an den abgiebt, welcher 7 bekommen, so behält er noch 4, und der andere zählt 8, das ist, noch so viel, als sein Kamerad.

Zweytes Problem:

Ein Kaufmann bezieht aus einem fremden Handlungshause 8 Zentner Kaffee und 3 Zentner Zucker für 1740 fl.; ein andersmal bezieht er beym nämlichen Preise 6 Zentner Kaffee und 9 Zentner Zucker für 2550 fl. Wie hoch war wohl der Zentner von jeder Waare angesetzt?

Auflösung auf dem Wege der Zusammenstellung.

Es koste der Zentner Kaffee x und der Zentner Zucker y. Daher die Gleichungen sammt ihrer Ausführung.

I.

$$8x + 3y = 1740$$

vers. $3y = 1740 - 8x$

:3 $y = \frac{1740 - 8x}{3}$

II.

$$6x + 9y = 2520$$

vers. $9y = 2520 - 6x$

:9 $y = \frac{2520 - 6x}{9}$

III.

$$\frac{1740 - 8x}{3} = \frac{2520 - 6x}{9}$$

Oder $1740 - 8x = \frac{2520 - 6x}{3}$

×3 $5220 - 24x = 2520 - 6x$

$+24x \qquad +24x$

$5220 = 2520 + 18x$

$-2520 = 2520$

$2700 = 18x$

:18 $150 = x.$

Diesen Werth von x in einer der beyden ausgeführten Gleichungen, z. B. in der ersten substituirt, giebt

$$y = \frac{1740 - 8.150}{3} = \frac{1740 - 1200}{3} = \frac{540}{3} = 180 \text{ fl.}$$

der Zentner Zucker.

Probe:

I.

150	180
8	3
1200	540
+540	
1740 fl.	

II.

150	180
6	9
900	1620
	+900
	2520 fl.

Drittes Problem:

Drey Kaufleute, A, B, C, haben bey einem gemeinschaftlichen Handel gewonnen, der eine mehr, der andere minder. Es sagte daher A zu B: Gieb mir 100 Thaler von deinem Gelde zu meinem, so habe ich zweymal so viel, als du behältst. B sagte zu C: Gieb mir 200 Thaler von deinem Gewinn, so habe ich dreymal so

viel, als dir geblieben. Endlich sagte C zu A: Ich brauchte von dir nur 60 Thaler, so hätte ich fünfmal so viel, als dein Rest wäre. Wie viel gewann jeder?

Auflösung. Man drücke den Gewinn des A durch x aus, den Gewinn des B durch y, und den des C durch z, so giebt es folgenden Calcul:

I.

$$\frac{x+100}{2} = y-100$$

$$\times 2 \quad x+100 = 2y-200$$

$$+200 \qquad +200$$

$$x+300 = 2y$$

$$:2 \quad \frac{x+300}{2} = y.$$

II.

$$\frac{y+200}{3} = z-200$$

$$\times 2 \quad y+200 = 3z-600$$

$$+600 \qquad +600$$

$$:3 \quad y+800 = 3z$$

$$\frac{y+800}{3} = z$$

III.

$$\frac{z+60}{5} = x-60$$

$$\times 5 \quad z+60 = 5x-300$$

$$-60 \qquad -60$$

$$z = 5x-360$$

IV.

$$\frac{y+800}{3} = 5x-360$$

$$\times 3 \quad y+800 = 15x-1080$$

$$-800 \qquad -800$$

$$y = 15x-1880.$$

V.

$$15y-1880 = \frac{x+300}{2}$$

$$\times 2 \quad 30x-3760 = x+300$$

$$-x+3760 \quad -x+3760$$

$$29x = 4060$$

$$:29 \quad x = 140 \text{ Thaler.}$$

Nun substituire man in $y = \frac{x+300}{2}$ für x seinen Werth, so geht hervor:

$$y = \frac{140+300}{2} = \frac{440}{2} = 220 \text{ Thaler.}$$

Endlich auch in $z = 5x - 360$, so erscheint $z = 700 - 360 = 340$ Thaler.

Probe:

I.		II.		III.	
140	220	220	340	340	140
+ 100	− 100	+ 200	− 200	+ 60	− 60
240	120	420	140	400	80
	2		3		5
	240.		420.		400.

Beyspiele zur Selbstübung.

I.

In einer Familie waren mehrere Kinder. Jemand erkundigte sich um ihre Anzahl. Darauf antwortete der älteste Sohn so: Ich habe gerade so viele Schwestern, als Brüder. Die älteste Tochter fiel ihm in die Rede und sagte: Ich habe nur halb so viel Schwestern, als Brüder. Wie muß sich der Fragende diese Antwort auslegen?

II.

Ein Getreidhändler kaufte eines Tags 7 Schäffel Weitzen und 11 Schäffel Korn (Roggen) für 215 fl. Ein andermal bekam er bey dem nämlichen Preise 9 Schäffel Weitzen und 14 Schäffel Korn für 275 fl. Was kostete das Schäffel Weitzen? was das Schäffel Korn?

III.

Drey Privatmänner vergleichen ihr Vermögen. A sagte zu B: Gieb mir 700 fl. von deinem Gelde, so habe ich zweymal so viel, als du behältst. B sagte zu C: Gieb mir 1400 fl., so besitze ich dreymal so viel, als dir bleibt. Darauf äußerte sich C zu A: Ich brauche von dir nur 420 fl., so zähle ich fünfmal, als dein Rest beträgt. Wie reich ist jeder?

Siebenundzwanzigster Abschnitt.

Von Ausziehung der Quadratwurzel.

§. 168. Was man eigentlich unter der Quadratwurzel zu verstehen habe, und wie sie ausgezogen werden müsse.

Ehe man sagen kann, was die Quadratwurzel sey, muß man wissen, was man unter Quadrat verstehe. Man erhält aber ein Quadrat, wenn man eine Größe mit sich selbst multiplicirt. $8 . 8 = 64$, $12 . 12 = 144$ sind Quadratzahlen, so wie $a . a = a^2$, $x . x = x^2$ überhaupt Quadratgrößen. Kann man nun eine gegebne Zahl in zwey gleiche Faktoren zerlegen, so heißt man einen solchen Faktor die Quadratwurzel der gegebnen Zahl. So ist z. B. aus 81 die Quadratwurzel 9, weil $9 . 9 = 81$ ist. Auf gleiche Weise ist x die Quadratwurzel von x^2, und z^3 die Quadratwurzel von z^6. Daß sich nicht jede Zahl in zwey gleiche Faktoren zerlegen, folglich sich aus ihnen keine vollkommne Wurzel ausziehen lasse, ist leicht begreiflich. Man nennt dergleichen Zahlen Irrationalzahlen, und die vollkommnen Quadrate im Gegensatze Rationalzahlen. Das Zeichen, daß aus einer Größe die Quadratwurzel gezogen werden soll, ist ein voranstehendes $\sqrt{}$. Es heißt daher $\sqrt{64}$, daß aus 64 die Quadratwurzel gezogen werden soll. Folglich $\sqrt{64} = 8$.

Um aus den ersten 10 Quadraten die Wurzel auszuziehen, bedarf es keiner Regeln; denn sie sind

alle schon im Einmaleins enthalten, und geben folgende Tabelle:

Quad.	1.	4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81.	100.
Wurzel	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.

Dabey dringt sich jedem die Bemerkung von selbst auf, daß es weit mehr Zahlen in der Natur giebt, woraus sich keine vollkommne Quadratwurzel ausziehen läßt, als wahre Quadratzahlen. Denn schon in den ersten 100 natürlichen Zahlen befinden sich 90 darunter, die keine Quadratzahlen sind, und deren Wurzeln man sich bloß nähern, aber sie nie ganz erreichen kann. Die Art und Weise nun, wie sowohl aus größern Quadratzahlen die Wurzel gezogen werden müsse, als wie man sich den Wurzeln der Irrationalzahlen ohne erheblichen Irrthum nähern könne, muß nun durch Regeln gelehrt werden.

Erhebt man die zweytheilige Größe $(a + b)$ zum Quadrat, indem man sie mit sich selbst multiplicirt, so entsteht $a^2 + 2ab + b^2$. In dieser Formel liegen nun alle Regeln, wie aus großen Quadratzahlen, oder auch aus Irrationalzahlen, die Wurzel ausgezogen werden müsse. Sie lassen sich in Worten so ausdrücken:

I. Man theile die gegebne Zahl von der Rechten zur Linken durch Striche in Klassen von zweyen Ziffern ab. Die letzte Klasse zur Linken kann auch 1 Ziffer haben, weil es auch einziffrichte Quadrate giebt.

II. Von der ersten Klasse zur Linken ziehe man aus der obern aufgestellten Tabelle ein Quadrat ab, so groß es sich abziehen läßt, und schreibe dessen Wurzel nach Art eines Quotienten bey Divisionen

hinter die abgetheilte Zahl hinaus. Dieß Geschäft zeigt das erste Glied a^2 an.

III. Um im zweyten Gliede 2ab das b zu erhalten, muß natürlich dasselbe durch 2a dividirt werden, doch so, daß auch das Quadrat von b noch abgezogen werden kann. Die dritte Regel heißt demnach so: Nachdem zum Reste die zweyte Klasse herabgesetzt worden, so duplire man die Zahl, die hinter dem letzten Senkstrich als Quotient steht, und setze diesen Divisor so unter die herabgeschriebne zweyte Klasse, damit zur Rechten noch für ein Ziffer ein leerer Platz bleibt. Der dadurch erhaltne Quotient wird sowohl hinter den Senkstrich gesetzt, als auch dahin, wo der Platz leer gelassen worden. Man multiplicire nun den verstärkten Divisor mit dem Quotienten, so muß, wenn die Quadratzahl nur aus zwey Klassen besteht, alles aufgehen. Dieß bringen die zwey letzten Glieder $2ab + b^2$ mit sich.

IV. Ist noch eine dritte Klasse vorhanden, so wird sie, wie vorher, zum Rest heruntergeschrieben. Man sieht dann die beyden Ziffern, die hinter dem Senkstriche stehen, zusammengenommen für a an, und man sucht nach obiger Regel ein neues b, u. s. w.

Es seyen als Beyspiele folgende zwey Zahlen gegeben: $\sqrt{3364}$ und $\sqrt{60516}$.

Bearbeitung:

I.

	33	64 † 58. Die Wurzel.
a^2 =	25	
	8	64
2a =	10	8
2ab =	8	64
		0

II.

```
       6|05|16†246. Die Wurzel.
a² =   4|  |
      ----
       205
2a  =   44
2ab =  176
      -----
       2916
2a  =   486
2ab =  2916
      -----
          0
```

Ausziehung der Quadratwurzel aus Irrationalzahlen, z. B. aus 29 und aus 780, wo am Ende einige Klassen von Nullen herabgesetzt werden.

I.

```
29†5,385 ...
25
---
 400
 103
 309
 ----
  9100
  1068
  8544
  -----
   55600
   10765
   53825
   -----
    1775 u. s. w.
```

II.

```
7|80†27,9
4|
---
380
 47
329
---
 5100
  549
 4941
---
  159 u. s. f.
```

Soll aus einer Decimalzahl die Quadratwurzel gezogen werden, so muß die Abtheilung in Klassen beym Beystriche angefangen, und links und rechts fortgesetzt werden. Wird manchmal die letzte Klasse zur Rechten nicht voll, so muß sie durch eine Null ergänzt werden. Z. B. $\sqrt{}$ 784,763.

```
7|84,76|30†28,0136 ...
4|     |
-----
384
 48
384
----------
   7630
   5601
----------
   202900
    56023
   166069
-----------
    3683100
     560266
    3361596
-----------
     321504 u. s. f.
```

Will man sich etwa durch die Probe überzeugen, ob man recht gerechnet habe, so darf man nur

die gefundne Wurzel mit sich selbst multipliciren und den Rest am Ende dazu addiren, so muß die gegebne Zahl wieder zum Vorschein kommen. Z. B.

```
   27,9
   27,9
   ----
   2511
  1953
  558
    159 Rest.
  ---------
  780,00.
```

Beyspiele zur Uebung.

I. $\sqrt{\ }$ 841. II. $\sqrt{\ }$ 611524. III. $\sqrt{\ }$ 3927. IV. 5,689.

§. 169. Anwendung des Auszugs der Quadratwurzel auf die Gleichungen vom zweyten Grade.

Erstes Problem:

In welchem Jahre der christlichen Zeitrechnung starb Kaiser Karl der Große? fragte ein Schüler der Algebra seinen Lehrer. Die Antwort war: Wenn Sie die Hälfte und den eilften Theil der damaligen Jahrzahl unter sich multipliciren, so erhalten Sie zum Produkte 30118. Wie muß der Schüler zur Enträthselung dieser Antwort zu Werke gehen?

Auflösung. Wird die befragliche Jahrzahl = x genannt, so hat man augenblicklich die Gleichung:

$$\frac{x}{2} \times \frac{x}{11} = 30118$$

Oder $$\frac{x^2}{22} = 30118$$

$\times 22 \quad x^2 = 662596$

$\sqrt{\ } \quad x = 814$, die verlangte Jahrzahl.

Probe:

$$\frac{814}{2} = 407$$

$$\frac{814}{11} = 74$$

1628
2849

30118.

Zweites Problem:

Ich denke mir zwey Zahlen, sagte ein Mathematiker in einem gelehrten Zirkel, wenn ich die größere durch die kleinere dividire, erhalte ich zum Quotient 3; quadrire ich aber beyde Zahlen und ziehe die Quadrate von einander ab, so bleiben 2888 zum Rest. Wie heißen die beyden Zahlen?

Auflös. Es heiße die kleine Zahl x und die größere y, daher:

I.

$$\frac{y}{x} = 3$$

$\times x \quad y = 3x$

quad. $y^2 = 9x^2$

II.

$y^2 - x^2 = 2888$

vers. $y^2 = 2888 + x^2$

III.

$$9x^2 = 2888 + x^2$$
$$-x^2 \qquad -x^2$$
$$8x^2 = 2888$$
$$:8 \quad x^2 = 361$$
$\sqrt{\ }$ $x = 19$, die kleinere Zahl, folglich die größere $y = 3 \cdot 19 = 57$.

Probe:

$$\begin{array}{r|l} 57 & 3 \\ 19 & \\ 57 & \\ \hline 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r} 19 \\ 19 \\ \hline 171 \\ 19 \\ \hline 361 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 57 \\ 57 \\ \hline 399 \\ 285 \\ \hline 3249 \\ -361 \\ \hline 2888. \end{array}$$

Beyspiele zur Selbstübung.

I.

Wenn man von jener Jahrzahl nach Christi Geburt, um welche Berthold Schwarz das Schießpulver erfunden, den 4ten und den 12ten Theil nimmt, und ineinander multiplicirt, so erscheint zum Produkt 38307. Wie viel zählte man wohl dazumal?

II.

Jemand wünschte zwey Zahlen, deren eine 5mal größer als die andere ist, und deren Quadrate um 18816 von einander unterschieden sind; wie sehen diese Zahlen aus?

Achtundzwanzigster Abschnitt.

Von Ausziehung der Kubikwurzel.

§. 170. Was eigentlich die Kubikwurzel sey, und wie man sie aus Zahlen ausziehen müsse.

Wird ein Quadrat noch einmal mit seiner Wurzel multiplicirt, so entsteht eine Kubikzahl. Es ist demnach 64 . 8 = 512 die Kubikzahl von 8, und weil 64 aus 8 . 8 entstanden ist, so muß 512 eigentlich in die drei gleichen Faktoren 8 . 8 . 8 zerfällt werden, um die Kubikwurzel aus 512 zu erhalten. Es heißt also die Kubikwurzel aus einer gegebnen Zahl ausziehen, nichts anders, als dieselbe in 3 gleiche Faktoren zerfällen. Daher das Zeichen der Kubikwurzel $\sqrt[3]{\ }$. Man begreift sehr leicht, daß sich noch weit weniger Zahlen in drey, als in zwey gleiche Faktoren zerfällen lassen, und daß es also in Hinsicht der Kubikwurzel eben darum auch mehr Irrationalzahlen geben müsse. Denn unter den 1000 ersten natürlichen Zahlen finden sich nur 10 vollkommne Kubusse, wie gegenwärtige Tabelle beweiset:

Wurzel	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Kubusse	1.	8.	27.	64.	125.	216.	343.	512.	729.	1000.

Aber wie wird die Kubikwurzel aus größern Kubikzahlen oder aus Irrationalzahlen ausgezogen? Diese Frage beantwortet uns wieder die Formel $a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3$, welche aus der Multi-

plikation der 3 gleichen Faktoren $(a+b)(a+b)(a+b)$ oder aus $(a^2+2ab+b^2)(a+b)$ entstanden ist.

Diese Formel spricht sich deutlich wieder in folgenden Regeln aus:

I. Man theile die gegebne Zahl, so wie bey der Ausziehung der Quadratwurzel, in Klassen ab; gebe aber jeder Klasse, so lange es angeht, 3 Ziffern.

II. Von der äußersten Klasse zur Linken ziehe man aus obiger Tabelle einen Kubus, so groß er sich abziehen läßt, und schreibe dessen Wurzel an die Stelle des Quotienten hinter den letzten Senkstrich.

III. Zum Rest setze man die nächstfolgende Klasse herab, und suche einen Divisor dafür.

IV. Dieser Divisor ist das dreyfache Quadrat dessen, was hinter dem bemeldten Senkstrich steht. Denn eben das bedeutet a, und wenn man aus dem zweyten Gliede der Formel $3a^2b$ das b bekommen will, so muß natürlich durch $3a^2$ dividirt werden. Dieser Divisor wird aber so unter die Zahl gestellt, daß rechts zwey Zifferstellen leer bleiben.

V. Beym wirklichen Dividiren muß man Acht haben, daß neben dem neuen Quotienten auch noch folgende 2 Produkte abgezogen werden können. Als erstens das dreyfache Produkt aus dem Quadrate des neuen Quotienten in den voranstehenden Quotienten, und zweytens der Kubus des neuen Quotienten. Dieß begehren die beyden Glieder der Formel $3ab^2+b^3$. Weil aber a, gemäß der dekadischen Ziffer-

folge, einen zehenmal größern Werth, als b hat, so muß das erste Produkt um eine, und das zweyte um zwey Zifferstellen gegen die Rechte vorgerückt werden. In dieser Stellung werden nun die drey Produkte addirt, und auf einmal von der darüber stehenden Zahl abgezogen. Ist die Kubikzahl vollkommen, und zählt nicht mehr als zwey Klassen, so muß alles rein aufgehen. Widrigenfalls wird zum Rest eine neue Klasse herabgesetzt, und der Divisor nach obiger Regel dafür bestimmt. Die Regeln über die Ausziehung der Kubikwurzeln aus Irrationalzahlen sind mit gehöriger Rücksicht die nämlichen, wie oben bey der Quadratwurzel aus solchen Zahlen.

Es sind als Beyspiele folgende 2 Kubikzahlen gegeben:

$$\sqrt[3]{50653} \text{ und } \sqrt[3]{259694072}.$$

Bearbeitung:

I.

```
          50|653|37
a³    =   27|   |
        -------------
         23653
3a²   =  27
3a²b  = 189
3ab²  =  441
 b³   =   343
        ---------
         23653
        ---------
           0.
```

II.

259|694|072|638.
$a^3 = 216$
43694
$3a^2 = 108$
$3a^2b = 324$
$3ab^2 = 162$
$b^3 = 27$
34047
9647072
$3a^2 = 11907$
$3a^2b = 95256$
$3ab^2 = 12096$
$b^3 = 512$
9647072
0

Auszziehung der Kubikwurzel aus einer Irrationalzahl durch Annäherung, z. B. aus 19.

19|2,67
$a^3 = 8$
11000
$3a^2 = 12$
$3a^2b = 72$
$3ab^2 = 216$
$b^3 = 216$
9576
1424000
$3a^2 = 2028$
$3a^2b = 14196$
$3ab^2 = 3822$
$b^3 = 343$
1458163 welche Zahl um etwas

zum Abziehen zu groß ist. Indeß ist die Wurzel 2,67 näher bey der Wahrheit, als 2,66 . . .

Beyspiele zur Selbstübung.

I. $\sqrt[3]{110592}$. II. $\sqrt[3]{590489719}$. III. $\sqrt[3]{1500}$.

IV. $\sqrt[3]{748,22}$.

§. 171. Anwendung des Auszugs der Kubikwurzel auf die Gleichungen des dritten Grades.

Problem:

Wenn man die Hälfte, den 3ten Theil und den 9ten Theil jener Jahrzahl, als in Frankreich zum erstenmal Taback geschnupft wurde, in einander multiplicirt, so erhält man das Produkt 70304000: wann war das?

Auflösung. Bezeichnet man die dortmalige Jahrzahl mit x, so hat man ohne weiters die Gleichung:

$$\frac{x}{2} \times \frac{x}{3} \times \frac{x}{9} = 70304000.$$

Oder $$\frac{x^3}{54} = 70304000.$$

$\times 54$ $$x^3 = 3796416000$$

$\sqrt[3]{\ }$ $x = 1560$, d. gesuchte Jahrzahl.

Beyspiel zur Uebung.

Wenn man die Hälfte, den 8ten und 10ten Theil jener Jahrzahl, als das Bisthum Regensburg errichtet worden, mit einander multiplicirt, so erscheint das Produkt 3704400. Wie viel zählte man damals?

Auflösung der Aufgaben zum Schreiben der Zahlen. Seite 7 u. 8.

I.

Ein Kauffahrtheyschiff kömmt ungefähr auf fünf und vierzig tausend sechshundert und acht und siebenzig Reichsthaler, oder auf acht und sechzig tausend fünf hundert und siebenzehn Gulden.

II.

Der Chimbarasso in Amerika, der höchste Berg auf der Erde, ragt ein und zwanzigtausend fünfhundert und dreyundfünfzig bairische Schuh über die Meeresfläche empor.

III.

Der hundert neun und dreyßig Karat schwere Diamant des ehemaligen Großherzogs von Toskana hatte einen Werth von neunhundert acht und siebenzigtausend einhundert und vierundzwanzig Gulden.

IV.

Der Schall durchläuft in einer Stunde Zeit vier Millionen, einmalhundert acht und sechzigtausend und achthundert bairische Schuh.

V.

Das Licht legt in einer halben Viertelstunde achtzehn Millionen fünfmalhundert neun und neunzig tausend achthundert fünfzehn deutsche Meilen zurück.

VI.

Die mittlere Entfernung des neuentdeckten Planeten Uranus von der Sonne beträgt hundert sieben und neunzig Millionen, neunmalhundert vier und achtzig tausend und vierzig deutsche Meilen.

VII.

Rechnet man auf eine Sekunde drey Augenblicke, und nimmt man an, daß die Welt schon volle sechstausend Jahre alt sey, so beträgt diese Zeit nicht mehr

als fünfmal hundert sieben und sechzigtausend sechshundert acht und vierzig Millionen Augenblicke.

VIII.

Der Druck, den der acht bis zehn Meilen hohe Dunstkreis auf die ganze Erde ausübt, beträgt ungefähr sechs Trillionen, sechsmalhundert sieben und achtzig tausend dreyhundert sechzig Billionen bairische Pfunde.

Gelöste Aufgaben zum Anschreiben der Zahlen Seite 8.

I.

Die Stadt Rom zählt 165000, London hingegen 900000 Einwohner.

II.

Die Länder der österreichischen Monarchie hatten im Jahre 1794 eine Bevölkerung von 18959000 Seelen.

III.

Wenn jemand den ersten Tag im Monat einen Kreutzer, den zweyten Tag 2 Kreutzer, den dritten 4 Kreutzer, und so immer fort, zurück legen würde, so bekäme er in 31 Tagen eine Summe von 39124727 fl.

Auflösung der zur Selbstübung der Addition in ganzen Zahlen vorgelegten Aufgaben. Seite 16.

I.

Nach Bode, dem berühmten Astronomen in Berlin, waren bis zu Ende des 18. Jahrhunderts 93 Kometen bekannt.

II.

Der Schacht des Salzberges zu Hallein ist 150 Klafter tief.

III.

Altbaiern zählte vor Aufhebung der Klöster 5847 geistliche Personen.

IV.

Im Jahr 1770 befanden sich in Ober- und Niederbaiern 193456 Heerdstätte.

V.

Augsburg zählt innerhalb der Ringmauern 2996 Häuser.

Auflösung der Subtraktionsbeyspiele in ganzen Zahlen. Seite 23.

I.

Das Bißthum Salzburg ist 138 Jahre eher als Freysing errichtet worden.

II.

Im Jahre 1812 zählte man schon 820 Jahre seit der Einführung des dreymaligen täglichen Gebetläutens.

III.

Das Jahr des Saturns dauert 6417 Tag länger als das des Jupiters.

IV.

Im Jahr 1795 wurden um 73230 Schäffel Getreid mehr nach München zum Verkaufe gebracht, als im Jahre 1792.

V.

Die Bevölkerung der obern Pfalz hat vom Jahre 1771 bis 1794 um 26782 Seelen zugenommen.

VI.

Bey der letzten Volkszählung in Baiern 1800 übertraf das weibliche Geschlecht das männliche um 24105 Köpfe.

VII.

Die Anzahl der Sklaven in Amerika hatte vom Jahre 1790 bis 1800 um 165071 Seelen zugenommen.

Auflösung der Multiplikationsbeyspiele in ganzen Zahlen. Seite 35.

I.

Der Blocksberg in Niedersachsen ist 3648 bairische Schuh über die Meeresfläche erhoben.

II.

Ein erwachsner Mensch athmet in einem Tage 28800 mal.

III.

Philomedes, der Läufer des großen Alexanders, legte in einer Stunde 85920 beirische Schuhe zurück.

IV.

Ein Schardach, das 19 Lägel Scharnagel fordert, zählt 475000 Schindel.

V.

In Hallein werden jährlich 144000 Salzstöcke gefördert.

VI.

Zum Pflaster der Donaubrücke bey Regensburg brauchte man 14183 Steinplatten, deren jede 1 Schuh lang und 1 Schuh breit ist.

VII.

Das Dach der ehemaligen Jesuitenkirche in München fordert zum Eindecken 90864 Hacken, und eben so viele Preise.

VIII.

Zu einer Mauer von 78 Quadratklaftern braucht man, wenn sie einen ganzen Stein dick werden soll, 23088 Ziegel.

IX.

Wenn 9 Maurer 24 Tag lang mit Mauern beschäftigt sind, verarbeiten sie 32400 Ziegel.

X.

Die Donau liefert im Durchschnitt das Jahr über dem schwarzen Meere 22028290200000 Kubikschuh Wasser.

Auflösung der Divisionsbeyspiele in ganzen Zahlen. Seite 51.

I.

Der Bodensee ist zwischen Rohrspach und Buchhorn 340$\frac{1}{3}$ Klafter tief.

II.

Im Herzogthum Sulzbach zählte man vor der neuen Organisation auf einer Quadratmeile über 2021 Seelen.

III.

Im Herzogthum Baiern hingegen nur über 1603 Seelen.

IV.

Der Gesundbrunnen im Wildbade zu Abach bey Regensburg giebt täglich 120 Eimer Wassers.

V.

Das Gefäll der Isar beträgt auf die Stunde Wegs 26$\frac{61}{91}$, oder sehr nahe 26$\frac{2}{3}$ bairische Schuh.

VI.

Die Straße von München über Wolfrathshausen und Benediktbeuren ins Tyrol ist 26$\frac{3}{4}$ Stunden lang.

VII.

Wenn das Schäffel Korn 26 fl. 30 kr. kostet, muß ein Kreutzerlaibel in München nicht gar 6 Loth wiegen.

VIII.

Wenn ein Reuter im Galopp in einer Minute (Sekunde ist ein Druckfehler) 1200 rheinische Schuh hinterlegt, so braucht er von München nach Wien nicht gar 37 Stund 8 Minuten.

IX.

Eine Million Gulden in Konventionsthalern wiegt 208⅓ Zentner.

X.

Vor der allgemeinen Aufhebnng der Klöster war in Pfalzbaiern die 165 oder 166ste Person geistlichen Standes.

XI.

Der Planet Uranus braucht zu seiner Umlaufszeit um die Sonne 83 Jahr 294 Tag 8 Stund 36 Minuten und 44 Sekunden, das Jahr zu 365 Tag gerechnet.

Auflösung der Additionsbeyspiele in Zahlen, die Unterabtheilungen haben. Seite 64.

I.

Der Station Ampfing in Baiern allein wurden wegen dem Rückmarsche der Rußen vergütet 9514 fl. — kr. 3 Pf.

II.

Die 29 Kanonen, welche als Kriegsbeute 1806 den 2ten Jäner von Wien nach München gebracht worden sind, hatten zusammen ein Gewicht von 969 Zentner 61 Pfund.

III.

Die Poststrasse von München über Landshut nach Regensburg hat eine Länge von 35 Stund 6916 bairische Schuh, die Stund zu 12703 Schuh gerechnet.

IV.

Von München nach Regensburg über Mainburg und Abensberg ist es um 4 Stund und 2690 Schuh näher als über Landshut.

V.

Der Planet Mars braucht zu seinem Umlaufe um die Sonne 321 Tag, 16 Stund 29 Minuten und 42 Sekunden länger als die Erde.

VI.

Die glorreich regierende Königin von Baiern Karolina war bey ihrer Vermählung 20 Jahr, 7 Monat und 26 Tag alt.

VII.

Die Expedition, welche der Ex-Kaiser Napoleon 1798 nach Egypten unternommen hatte, dauerte 1 Jahr 4 Monat und 18 Tage.

Aufgelöste Bruchabkürzungen. Seite 75. und 76.

I.

Das deutsche Apothekerpfund hält sehr nahe $\frac{7}{11}$ eines bairischen Pfundes.

II.

Man kaufte in Sachsen im Jahre 1450 für $5\frac{1}{2}$ kr. 60 Stück Eyer.

III.

Das Silber hat gewöhnlich den 15ten Theil vom Goldwerthe.

IV.

Der Durchmesser des Planeten Merkurs ist $\frac{11}{27}$ vom Durchmesser der Erde.

V.

Koth und Wasser bey einem geschlachteten Ochsen beträgt gemeiniglich den 5ten Theil vom ganzen Gewichte desselben.

VI.

Der Bruch $\frac{608}{1608}$ Seite 49 läßt sich durch 8 heben, und giebt $\frac{76}{201}$ Zentner.

Der Bruch $\frac{324}{2112}$ auf der nämlichen Seite kann durch 4 verkleinert werden, und es kömmt zum Vorschein $\frac{81}{528}$, und nochmal durch 3 gehoben, giebt $\frac{9}{176}$ Loth.

Der Bruch $\frac{208}{336}$ Seite 50 mag zuerst durch 8, und dann noch durch 2 abgekürzt werden. Es erscheint zulezt $\frac{13}{21}$ Zentner.

Gerechnete Beyspiele von Auflösung der Brüche. Seite 81.

I.

Das deutsche Apothekerpfund hält im bairischen Gewichte $20\frac{4}{11}$ Loth.

II.

Die Anzahl der evangelischen Einwohner im ehemaligen Herzogthum Berg belief sich auf 66356 bis 66357 Köpfe.

III.

Die Dreypfünder der österreichischen Kanonen erhalten eine Ladung von $24\frac{8}{9}$ Loth Pulver.

IV.

Wenn ein Bötticher $\frac{7}{16}$ Pfund Taufelholz kauft, so erhält er 105 Taufeln und 7 ganze Böden.

V.

Die Stadt Moskau hat $3\frac{33}{104}$ deutsche Meilen im Umfange.

VI.

Von München bis Freysing sind auf der Chaussee 4 Meilen und $6986\frac{13}{20}$ Schuh.

Auflösung der Beyspiele von Verwandlung der Zahlen in Brüche. Seite 86 u. 87.

I.

Ein Konventionsthaler wiegt $\frac{292}{5841}$ eines bairischen Pfundes.

II.

Der ehemalige französische Livre betrug genau $\frac{1}{6}$ Laubthaler.

III.

Das eigentliche Sonnenjahr übertrifft das gemeine bürgerliche um $\frac{41851}{172800}$ Tag.

IV.

Die Stadt München nimmt einen Raum von $\frac{91}{3319}$ Quadratmeile ein.

V.

Eine russische Kopecke gilt nach unserm Gelde $\frac{13}{480}$ fl.

Aufgelößte Beyspiele von der Abkürzung der Brüche durch Annäherung. S. 93.

I.

Der bairische Schuh ist $\frac{40}{43}$, oder noch näher $\frac{173}{186}$ des rheinischen Schuhes.

II.

Der höchste Berg in Berchtesgaden, Watzman mit Namen, ist $\frac{5}{13}$ Meilen hoch.

III.

Im Jahre 1805 machten sämmtliche Länder-Besitzungen Frankreichs $\frac{7}{13}$ von den Besitzungen Englands aus.

IV.

Die kleine Achse von der Laufbahn der Erde ist $\frac{41445}{41446}$ von der größern Achse.

Auflösung der Beyspiele, die in der Addition in Brüchen Seite 104 und 105 aufgeworfen worden.

I.

Die große Glocke in Wien wiegt $387\frac{7}{8}$ Zentner.

II.

Ein Vierundzwanzger hält $8\frac{8}{35}$ Gran im Gewichte.

III.

Eine bairische Maxdor ist genau 8 Gran schwer.

IV.

Man zählt von München nach Amberg über Landshut und Regensburg $12\frac{1}{2}$ Post.

V.

Der Spatziergang um die Stadt Amberg beträgt allernächstens $\frac{9}{10}$ Stund.

VI.

Die Länge des ganzen Rinnsal der Donau von Donauwörth bis Engelhardszell beträgt $44\frac{1}{12}$ Stund.

Aufgelöste Beyspiele der Subtraktion in Brüchen. Seite 115.

I.

In Altbaiern nahmen die Waldungen um $\frac{1}{33}$ des ganzen Landes mehr ein, als alle Flüsse, Seen, Moore, Strassen und Gebäude.

II.

Die Katze trägt ihre Jungen um $\frac{3}{40}$ Jahr länger als das Eichhorn.

III.

Der Chimbarasso ist um $\frac{30}{123}$ Meilen höher als der Pichincha.

IV.

Eine Summe von 144 fl. rheinisch in Zwölfern ist um $\frac{5}{7}$ ℔ schwerer als in Vierundzwanzigern ausbezahlt.

V.

Der Würmsee in Oberbaiern ist um $\frac{1}{6}$ Quadratmeile größer als der benachbarte Ammersee.

* Die Quadratinhalte dieser beyden Seen müssen in der Aufgabe verwechselt werden.

VI.

Die Strassenlänge von München nach Freysing ist nur um $\frac{13}{460}$ Stund größer als die gerade Linie zwischen diesen beyden Städten.

VII.

Ein bairischer Eimer Champagner ist um $4\frac{53}{88}$ bairische Pfund schwerer als ein Eimer Rheinwein.

Auflösung der Beyspiele in Multiplikation der Brüche. Seite 123 u. 124.

I.

Der Hofoldingerforst in Oberbaiern hat einen Flächeninhalt von $\frac{1}{2}$ Quadratmeile.

II.

Die ehemalige obere Pfalz hält 130 Quadratmeilen.

III.

Der gewöhnliche Visierschuß eines Zwölfpfünders legt mit allen seinen Prellungen nicht mehr als $6613\frac{1}{3}$ rheinische Schuh zurück.

IV.

Die Fläche vom Chiemsee beläuft sich allernächstens auf $3\frac{4}{5}$ Quadratmeilen.

V.

Ein Schiff, das $690\frac{1}{2}$ Schäffel Gerste einnimmt, hat eine Ladung von $1795\frac{3}{10}$ Zentnern.

VI

Die Grafschaft Rothenfels-Königsegg hat einen Flächeninhalt von $8\frac{1}{18}$ Quadratmeilen.

VII.

Das Staar, ein Erzmaaß am Kressenberg, hält 1 Kubikschuh und $717\frac{1}{16}$ Kubikzoll bairisch.

Auflösung der Beyspiele zur Division der Brüche von Seite 129 — 130.

I.

Der Gotthardsberg in der Schweitz ist $3\frac{2}{11}$ mal höher als der sogenannte Brocken am Harze.

II.

Das Gefäll der Donau ist zwischen Donau-

wörth bis Engelhardszell ist von der Art, daß auf die Meile $17\frac{73}{529}$ Fuß Fall treffen.

III

Gold ist $2\frac{23}{48}$ mal schwerer als Kupfer.

IV.

Wasser ist $898\frac{6}{7}$ mal schwerer als Luft.

V.

Das Jahr des Planeten Saturns ist $2\frac{1513}{3132}$ mal länger als das des Jupiters.

VI.

Die Ortlerspitze, der höchste Berg in Tyrol, ist $34\frac{27}{40}$ mal höher als der Stephansthurm in Wien.

Auflösung der Uebungsbeyspiele in Berechnung mangelhafter Proportionen. Seite 136 – 137.

I.

Es können im Jahr 1805, ehe Pfalzbaiern zu einem Königreich erhoben worden, 64904 Personen gestorben seyn.

II.

Vierundzwanzigpfündige Kanonenkugeln von Eisen müssen einen Durchmesser von $5\frac{613}{814}$ rheinischen Zollen haben.

III.

Ein Balken, der $22\frac{3}{4}$ Zoll hoch ist, muß nach einer theoretisch und praktisch erwiesenen Regel der Baukunst, um am meisten tragen zu können, $15\frac{1}{6}$ Zoll Breite haben.

IV.

Wenn jemand $18\frac{1}{2}$ Klafter Fichtenholz kauft, so sind es wegen den dabey vorkommenden Zwischenräumen nicht mehr als $5\frac{23}{25}$ Klafter.

V.

Die Mark Goldes ist nach dem Konventionsfuße 339 fl. $43\frac{7}{71}$ Kr. werth.

Auflösung der einfachen Beyspiele in der Reesischen Regel von Seite 179 – 183.

I.

Ein gewöhnliches Licht, das in 2 Stunden 9 Maas Luft so zu verderben im Stande ist, daß es von selbst auslöscht, wird ein Zimmer voll Luft, das 4000 Kubikschuh in sich faßt, in 14 Tagen und $5\frac{1}{3}$ Stund auf den nämlichen Grad von Verderbniß bringen.

II.

Es können mit ausländischen Feuersteinen 4650 Flintenschüsse geschehen, bis ein Dutzend solcher Steine zerspringt.

III.

Die 44 Pferde, die sich Erzherzog Karl einst aus England verschrieben hatte, kosteten 48400 Wienergulden.

IV.

Das Ambergerseidel voll Eisenstein wiegt $312\frac{1}{2}$ bairische Pfund allernächstens.

V.

Um 2 ℔ Milchzucker bereiten zu können, muß man $75\frac{57}{245}$ Maaß Milch haben.

VI.

Der Planet Mars dreht sich über 667 mal um seine Achse, bis er einmal um die Sonne herumkömmt.

VII.

Eine Klafter Buchenholz wiegt im Bezug auf dessen Zwischenräume 28 Zentner $21\frac{7}{8}$ ℔.

VIII.

Die Insel Kuba hat zur größten Breite $38\frac{4}{7}$ geographische Meilen.

IX.

Ein Schäffel Weitzen von mittlerer Güte giebt 4 Metzen und $19\frac{3}{4}$ Dreyßger Semmelmehl allernächstens.

X.

Aus einem Schäffel Weitzen können nicht gar 1006 Kreutzersemmeln gebacken werden.

XI.

Ein Schäffel Weitzen enthält 6977280 Körner.

XII.

Im königl. Bräuhause zu München machen $376\frac{1}{2}$ Strich Hopfen 21 Zentner $10\frac{1}{2}$ ℔ beynahe.

XIII.

Die 80000 Zentner Salz, welche Baiern jährlich im Durchschnitt verkauft, werfen 192000 fl. ab.

XIV.

Die Dicke eines Ballen gemeinen Druckpapiers hält im geschlagenen Zustande etwas über 15 Zoll.

XV.

Das ganze Gefäll der Donau von Donauwörth bis Engelhardszell beträgt $746\frac{2}{3}$ bairische Schuh.

XVI.

Eine Million Gulden in Laubthalern wiegt 191 Zentner $76\frac{3}{22}$ ℔.

XVII.

Eine Million Gulden in Konventionsthalern hingegen 208 Zentner $33\frac{1}{3}$ ℔.

XVIII.

Um $17\frac{1}{2}$ Schäffel guten Getraides anzubauen, muß man $24\frac{12}{31}$ Tagwerk Ackerfeld haben.

XIX.

Von 60 Tagwerk Wieswachs können $78\frac{6}{11}$ Fuder Altheu und $32\frac{8}{11}$ Fuder Grummet eingeführt werden.

XX.

Wenn 100 fl. $9\frac{1}{2}$ Kr. zahlen, so wirft ein Brandversicherungskapital von 109496675 fl. ab 17336 fl. $24\frac{1}{6}$ Kr.

Ansetzung und Auflösung der Beyspiele, die von Seite 179 bis 183 zur Uebung in der Reesischen Regel angegeben sind.

I.

Ein gewöhnliches Kerzenlicht, welches in 2 Minuten 9 Maas Luft verderben kann, daß es auslöschen muß, ist im Stande in 14 Tägen und $5\frac{1}{2}$ Stunden die Luft in einem Zimmer so sehr zu verschlimmern daß es von selbst zu brennen aufhört. Hier ist de Ansatz:

Tag?	9216 Maas Luft
9	2 Minuten
60	1 Stund
24	1 Tag.

II.

Wenn durch Erfahrung bekannt ist, daß gewöhnlich bey 775 Flintenschüssen 2 ausländische Feuersteine zerspringen, so werden 4650 Schüsse erforderlich seyn, um ein ganzes Dutzend zerspringen zu machen. Denn

Schüsse?	12 Feuersteine
2	775 Schüsse.

III.

Die 44 englischen Pferde, die der Erzherzog Karl einst kaufte, und eins mit 120 Karolin bezahlte, kosteten 48400 fl. Wienergeld.

Wien. Geld fl.?	44 Pferde
1	120 Karolin
6	55 fl. W.G.

IV.

Ein Ambergerseidel voll Eisenstein wiegt $312\frac{1}{2}$ ℔, vorausgesetzt, daß die spezifische Schwere der Eisensteine am Kressenberg und zu Amberg die nämliche ist.

℔ ?	7507 K. Z.
2402	100 ℔

V.

Wenn 2 Unzen Eselsmilch 35 Gran Milchzucker geben, so sind $18\frac{198}{245}$ Maas nöthig, um 1 ganzes Pfund solchen Zuckers daraus zu fabriziren.

Ansatz.

Maas ?	1 ℔
1	12 Unzen
2	35 Gran
6918	1 ℔
$1\frac{3}{4}$	1 Maas

VI.

Der Planet Mars dreht sich $668\frac{5}{8}$ mal um seine Achse, während er um die Sonne herumkömmt.

Ansatz:

Umdrehungen ?	686 Tag $23\frac{1}{2}$ Stunden.
1	60 Minuten
1	60 Sekunden
St. 24 M. 39 S. 22.	1 Umdrehung.

Auflösung der Seite 210 bis 215 zur Uebung vorgelegten Beyspiele in Kettensätzen.

I.

Rhein. fl. ?	1 bair. Elle,
19	23 Amsterd. Ellen,
$28\frac{3}{4}$	$112\frac{1}{2}$ Holl. Gulden,
100	$98\frac{7}{15}$ fl. rheinisch.
	Antw. 4 fl. 39 kr. $3\frac{39}{95}$ Pf.

Für $\frac{39}{95}$ kann auch $\frac{2}{5}$ gesetzt werden.

II.

fl. ?	1 Schäffel
1	$208\frac{1}{2}$ bair. Maas
1	$74\frac{3}{10}$ Kubikzoll
$33\frac{4}{5}$	1 ℔.
1	$\frac{4}{5}$ fl.
	Antw. 366 fl. 39 kr. $3\frac{57}{169}$ Pf.

Der Bruch giebt in der Annäherung $\frac{1}{3}$.

III.

Rheinisch fl. ?	500000 Lire
1	20 Soldj
$67\frac{1}{2}$	1 fl. sächsisch
5	6 fl. rheinisch
	Antw. 177777 fl. 46 kr. $2\frac{2}{3}$ Pf

IV.

GuteGrosch?	1 Buch
20	1 Rieß
10	1 Ballen
111	100000 Rthl.
1	24 gute Gr.
	Antw. $2\frac{38}{481}$ oder sehr nahe $2\frac{1}{12}$ g. Gr.

V.

Maaß ?	24 Stunden
1	60 Minuten
1	60 Sekunden
2	1 Tropfen
1	$\frac{3}{80}$ Quintl
1 ℔. 29 L. $2\frac{1}{2}$ Q.	1 Maas
	Antw. $6\frac{282}{493}$ Maas, oder etwas mehr als $6\frac{1}{2}$ Maas.

VI.

Bair. ℔. ?	6000 venet. Pfund
$59\frac{1}{2}$	100 Wien. ℔.
$88\frac{3}{20}$	$88\frac{2}{25}$ bair. ℔.
	Antw. $10076\frac{5428}{209197}$ bair. Pfunde.
	Der Bruch giebt durch Annäherung $\frac{1}{35}$.

VII.

Zeit Stund ?	18 St. Wegs 2319 bair Schuh
13913	12938 rhein. Sch.
1200	1 Minute
60	1 Stund Zeit
	Antw. 2 Stund 58 bis 59 Minuten.

VIII.

Bair. Schuh ?	52069 franz. Toisen,
1	6 franz. Schuh
1	144 franz. Linien,
$129\frac{19}{50}$	1 bair. Schuh
	Antwort, $347716\frac{13}{14}$ bair. Schuh allernächstens.

IX.

Minuten ?	21 deutsche Meilen
1	22870 Pariserfuß
1038	1 Sekunde
60	1 Minute

Antw. 7 Minuten $42\frac{2}{3}$ Sekunden.

X.

Münchner Schäffel ?	40000 bair. □ Schuh
11564	10000 rhein. □ Sch.
18000	12 Berliner Schäffel
33	8 Münchner Schäffel

Antw. 5 Schäffel und nicht gar $3\frac{1}{2}$ Metzen.

XI.

Jahr ?	106 deutsche Meilen
1	22870 Par. Fuß
3	10 Minuten
60	1 Stund
24	1 Tag
365	1 Jahr

Antw. 15 Jahr 4 Monat und $14\frac{3}{4}$ Tag.

XII.

Rhein. fl. ?	25000 Franken
80	81 Livres
24	11 fl. rheinisch

Antw. 11601 fl. 33 kr. 3 Pf.

XIII.

Eimer ?	30 Tag
1	24 Stund
1	16 Par. Kubikfuß
1	1728 Par. Kub. Zoll.
54	1 bair. Maaß
60	1 Eimer

Antw. 6144 Eimer.

XIV.

Tage ?	5400 geogr. Meilen
1	22870 Par. Fuß
5726	1 Minute
60	1 Stund
24	1 Tag

Antw. 14 Tag 23 Stund 27 bis 28 Minuten.

XV.

Bair. Klafter ?	14466 Par. Fuß
1	144 Par. Linien
$129\frac{19}{100}$	1 Bair. Schuh
6	1 Bair. Klafter

Antw. $2687\frac{2}{5}$ Bair. Klafter allernächstens.

Anmerk. In der Aufgabe muß statt bairischen Linien gelesen werden Pariser Linien.

XVI.

Stund ?	1000000 Umläufe d. Mühlsteins,
118	7 Umläufe des Kammrades,
45	8 Umläufe des Wasserrades,
2	35 Sekunden,
60	1 Minute
60	1 Stunde

Antw. 51 Stund 15 Minute und etwas über 57 Sekunden.

XVII.

Bair. ℔. ?	40000 bair. □fuß,
11564	10000 rhein. □fuß,
144	1 rhein. □ruthen
100	4 Frankfurter ℔.
11682	9720 bair. ℔.

Antw. 7 ℔. $31\frac{5}{6}$ Loth, d. i. beynahe 8 ℔.

Ansatz und Auflösung des Beyspiels zur Uebung Seite 223.

(℔ ?	12 kr.
(fl. 9	1 ℔ $17\frac{1}{2}$ Loth)
kr. 8	$24\frac{1}{10}$ fl.)
32	1 ℔
	Antw. gegen 6 ℔ 7 Loth.

Des Beyspiels Seite 224.

(Ell. Länge ?	1 Vorhang
(Br. E. $1\frac{1}{2}$	
	36 Ell Länge)
Vorh. 1	$\frac{5}{4}$ Ell. Breite)
	Antw. 30 Ellen.

Des Beyspiels Seite 226.

Bair. Tagw. ?	97240 franz. □ Sch.
(12938	14400) bair. □ Sch.
(12938	14400)
40000	1 bair. Tagw.
	Antw. etwas über 3 Tagw.

Der 3 Beyspiele Seite 228 und 229.

I.

(Länge Ell. ?	$2\frac{5}{8}$ Pfund.
(Breite Ell. $\frac{3}{16}$	
	7 Ell. Länge)
Pf. 1	$\frac{3}{4}$ Ell. Breite)
Antw.	$73\frac{1}{2}$ Ellen.

II.

(Länge Ell. ?	$70\frac{1}{2}$ Pfund
(Breite E. $1\frac{7}{8}$	
	$42\frac{1}{2}$ E. Länge)
Pfund $24\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{2}$ Ell. Br.)
Antw.	$96\frac{28}{33}$ Ellen.

III.

Arbeiter?	1 Strasse
Tag 24	7600 Sch. L.
St. 11	18 Sch. Br.
	$4\frac{2}{3}$ Sch. H.
Strasse 1	
L. Sch. 2400	80 Arb.
Br. Sch. 26	36 Tag
H. Sch. $5\frac{1}{2}$	$10\frac{3}{4}$ St.
Antw.	218 bis 219 Arbeiter.

Der Beyspiele Seite 231.

I.

(Karrensch. ?	
(Stunden 60	88000 Ksch.
	1 Karrensch.)
Ksch. 245	10 St.)

Antw. 59 bis 60 Karrenschieber.

II.

Ellen ?	9 Maurer)
	14 Tagen)
(M. 7	
(T. 6	30 Ellen
	Antw. 90 Ellen.

Des Beyspiels Seite 232.

Wäg. ?	100000000 fl.
fl. 1000	1 ℔. $12\frac{1}{2}$ Loth
32	1 Pf.
100	1 Zt.
12	1 Pf.
4	1 Wagen

Antw. 28 bis 29 Wägen.

Des Beyspiels Seite 235.

I.

Bair. Pf ?	12 bair. Zoll K.
	7 Br.
	$2\frac{1}{2}$ D.
1728	1 Kubiksch.
(14400	12938)
(14400	12938)
(14400	12938)
1	127 franz. Pf.
1	10188 Asen
11682	1 bair. Pfund

Antw. $11\frac{9}{25}$ Pfund allernächstens.

II.

Thal. säch.	1000 Holl. Duk.
1	$5\frac{1}{8}$ Holl. cour.
105	100 Holl. B.
230	$140\frac{1}{2}$ Th. säch.

Antw. 3019 Thaler 21 Groschen u. etwas darüber.

Seite 237.

I.

Bair. Pf. ?	40000 Bair. □sch.
(13913	12938) rheinisch. □sch.
(13913	12938)
144	1 rh. Quad. Ruthe
100	8 Frankf. Pfund
1	9720 Holl. Asen.
11682	1 Bair. Pfund

Antw. $16\frac{1}{2}$ Pf. allernächst.

II.

Tag ?	
St. 6	$57\frac{3}{5}$ Buch
Cop. 20	
	8 Tag)
B. 36	9 St.)
	25 Cop.)

Antw. 24 Tag.

Seite 239.

fl. ?	630 Lichter)
	12 Mon.)
(1	
(4	5 Dochte
1	$\frac{1}{20}$ fl.

Antw. $472\frac{1}{2}$ fl.

Seite 241. N. 1.

Quad. M. ?	$28464\frac{1}{2}$ Qu. Kilom.
(10	34263) bair. Schuh.
(10	34263)
($25453\frac{9}{10}$	1 Qu. Meile
($25453\frac{9}{10}$	

Antw. $515\frac{4}{5}$ Quadratmeile.

Nro. 2. Antw. 6200 Quadratm.

Seite 245.

Bair. E. ?	40000 Bair. □sch.
($14011\frac{7}{10}$	12938) Wienersch.
($14011\frac{7}{10}$	12938)
36000	1 Breisg. Jouch.
1	54 Saum.
1	80 Maaß
1	$84\frac{1}{4}$ Par. Kub. zoll
12938	14400)
12938	14400) Bair. Kub. Zoll
12938	14400)
$74\frac{1}{2}$	1 bair. Maaß
64	1 bair. Eimer.

Antw. $99\frac{4}{5}$ Eimer.

Seite 251.

Um einen Zentner weißes Schießpulver zu verfertigen, muß man $70\frac{10}{17}$ Pfund Salpeter, $11\frac{13}{17}$ Pfund Schwefel und $17\frac{11}{17}$ Pfund faules, wohl ausgetrocknetes Holz als Zuthaten nehmen.

Seite 256.

A bekömmt $9\frac{87}{105}$, B und C jeder $6\frac{58}{105}$ D, E und F jeder $3\frac{29}{105}$, G, H, I und K jeder $\frac{43}{105}$ Tagwerk.

Seite 156 Nr. 2.

A erhielt $9\frac{21}{55}$, B und C jeder $6\frac{14}{55}$, D, E und F jeder $3\frac{7}{55}$ und G, H, I und K jeder $\frac{43}{55}$ Tagwerk.

Seite 260 Nr. 1.

A trifft 3703 fl. $7\frac{1}{2}$ kr., B 2773 fl. $26\frac{1}{4}$ kr. C 3093 fl. 45 kr. und D 1429 fl. $41\frac{1}{4}$ kr.

Nr. 2. A muß 3 fl. $42\frac{9966}{26431}$ kr., B 8 fl. $15\frac{7887}{26431}$ kr. und C 16 fl. $2\frac{8578}{26431}$ kr. Miethzinns bezahlen.

Seite 263.

Das Ersparniß bey einem Sud ist 1 fl. $7\frac{10}{21}$ kr.

Seite 266.

Der Bauer gewann genau berechnet $303\frac{31}{33}$ fl.

Seite 271 Nr. 1.

A hatte 8400, B 10080, C 13440, D 16800 und E 20160 fl. in Händen.

Nr. 2. Allernächstens $16\frac{3}{4}$ fl.

Beyspiele zur Dezimalrechnung Seite 277.

I. $\frac{3}{4} = 0{,}75$. II. $\frac{19}{40} = 0{,}475$. III. $\frac{37}{340} = 0{,}108\ldots$

Seite 279 und 280.

I. 29,8894 Metzen. II. 23,3222 Stunden. III. 38,663 Klafter.

Seite 282.

I. 10,875 Tage. II 12,584 fl. III. 0,12092 geogr. Meilen.

Seite 286.

I. 1820,96 Pfund. II. 3,407716 □ Schuh. III. 63,004608 Kub. Schuh.

Seite 290.

I. 279 Mann. II. 67 Stücke mit einem Reste. III. Ueber 60294 Ziegel.

Beyspiele von den algebraischen Problemen.

Seite 316.

I. In 26 Jahren ist die Dame zweymal, und in 5 Jahren dreymal älter als die Nichte.

II. Es waren 12 Nonnen.

III. In 7 Tagen.

Seite 321.

I. Es waren 4 Söhne und 3 Töchter.

II. Das Schäffel Weitzen kostete 15 und das Schäffel Roggen 10 fl.

III. A besaß 980, B 1540 und C 2380 fl.

Seite 329.

I. 1356. II. 28 und 140.

Seite 334.

Antw. 840.

Staatliche Bibliothek Regensburg

Prändel, Johann Georg,

Die Rechenkunst, besonders die Reesische Regel in sehr interessanten, praktischen Beyspielen nebst der Decimalrechnung, den Anfangsgründen der Algebra und der Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzel

Amberg 1816

Regensburg, Staatliche Bibliothek -- 999/Prü.633
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11113098-5